看護統計セミナー 2022

第4回目：因子分析

下川敏雄
和歌山県立医科大学附属病院 臨床研究センター

因子分析

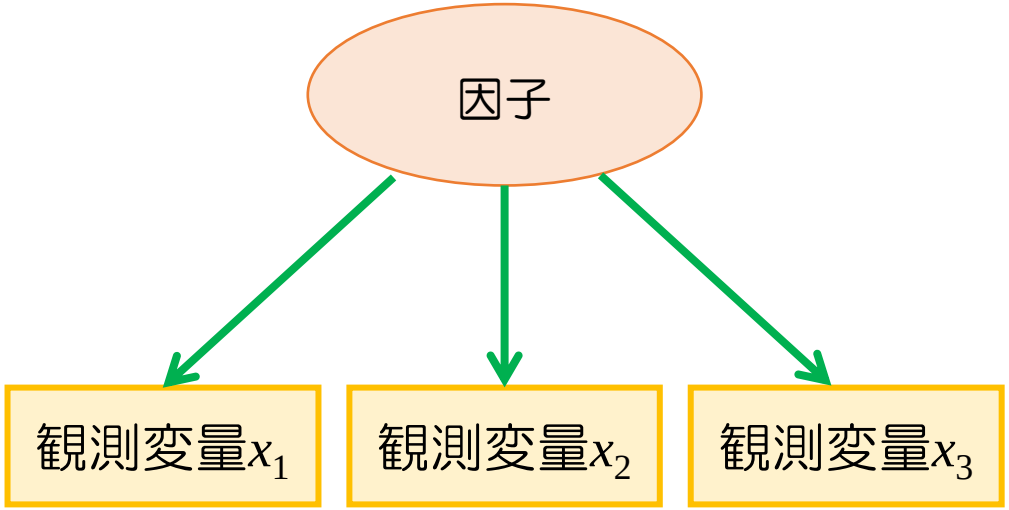
複数の観測変量の値の大小が，それらに共通する原因といえる潜在変量(共通因子，単に，因子と呼ぶことが多い)の大小に左右されるという仮定のもとで，その因子を探索したり，考えていた因子が正しいか否かを検証したりする方法

- 探索的因子分析
  - 因子(潜在的な変量)に対する明確な仮説がない.
  - 因子の探索が主たる目標
- 確認(検証)的因子分析
  - 「観測変量に任意の潜在的な因子ある」という仮説のもとで，その仮説が正しいか否かを検証する.
  - 因子の検証が主たる目標

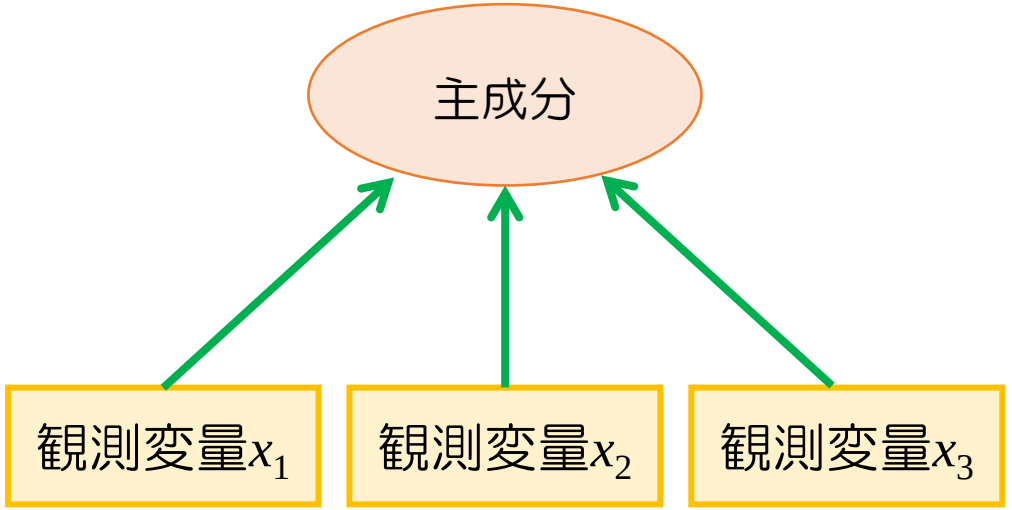
探索的因子分析で因子を抽出し，確認的因子分析でその因子を検証するという流れがある.

因子分析と主成分分析の違い

因子分析

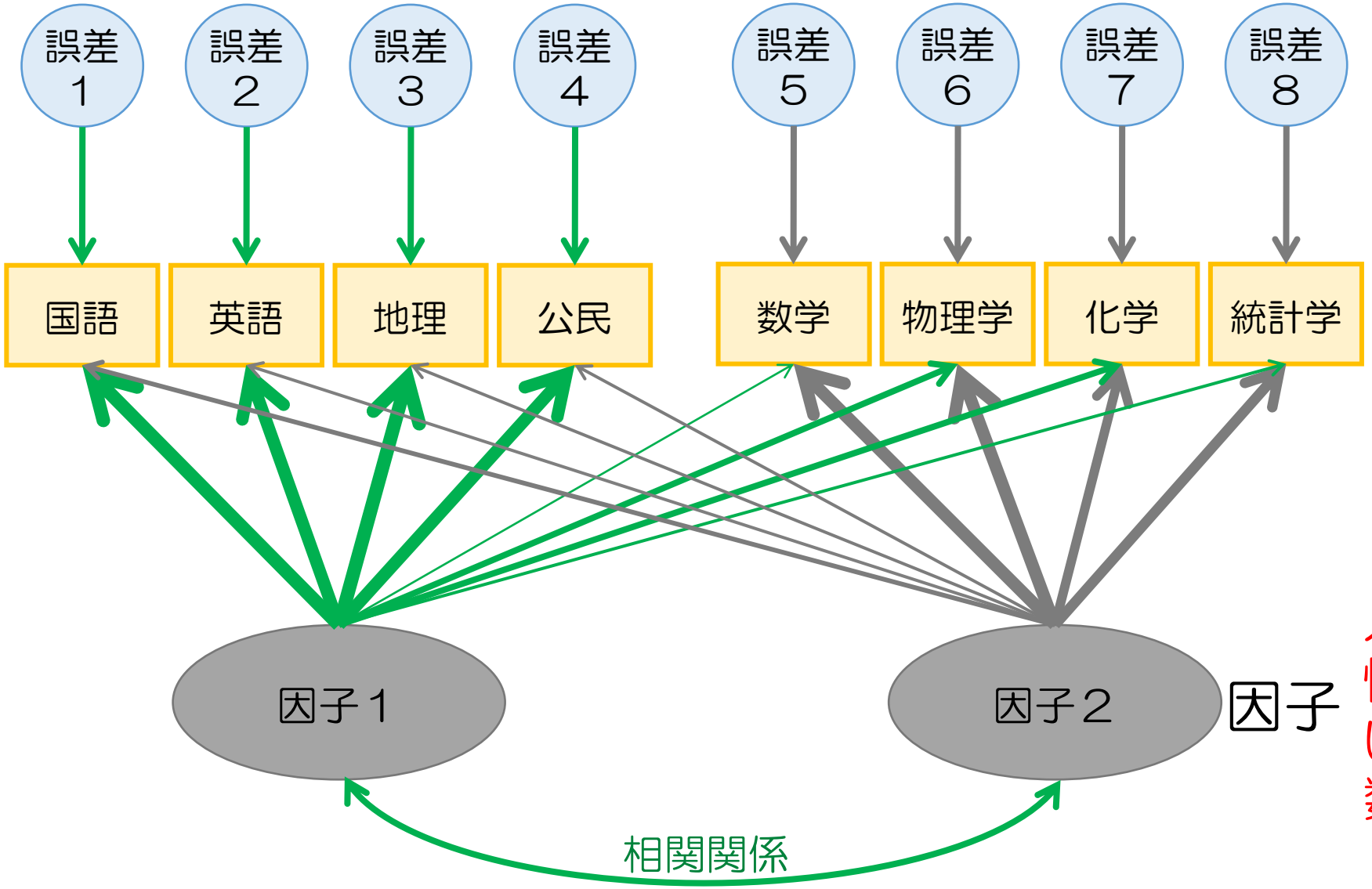


主成分分析



因子(潜在変量)が観測変量に影響を及ぼすと仮定している.	仮定	観測変量を合成したものが主成分であると仮定している.
観測できない因子(潜在変量)を探索すること	目的	多次元の変量を情報量(バラツキ)を可能な限り損なわずに低次元(できれば2次元)で表すこと
斜向解を許容する (むしろ直行すること自体に無理がある)	軸	斜向解は許容されない (主成分の散布図で解釈するため)

探索的因子分析におけるパス図

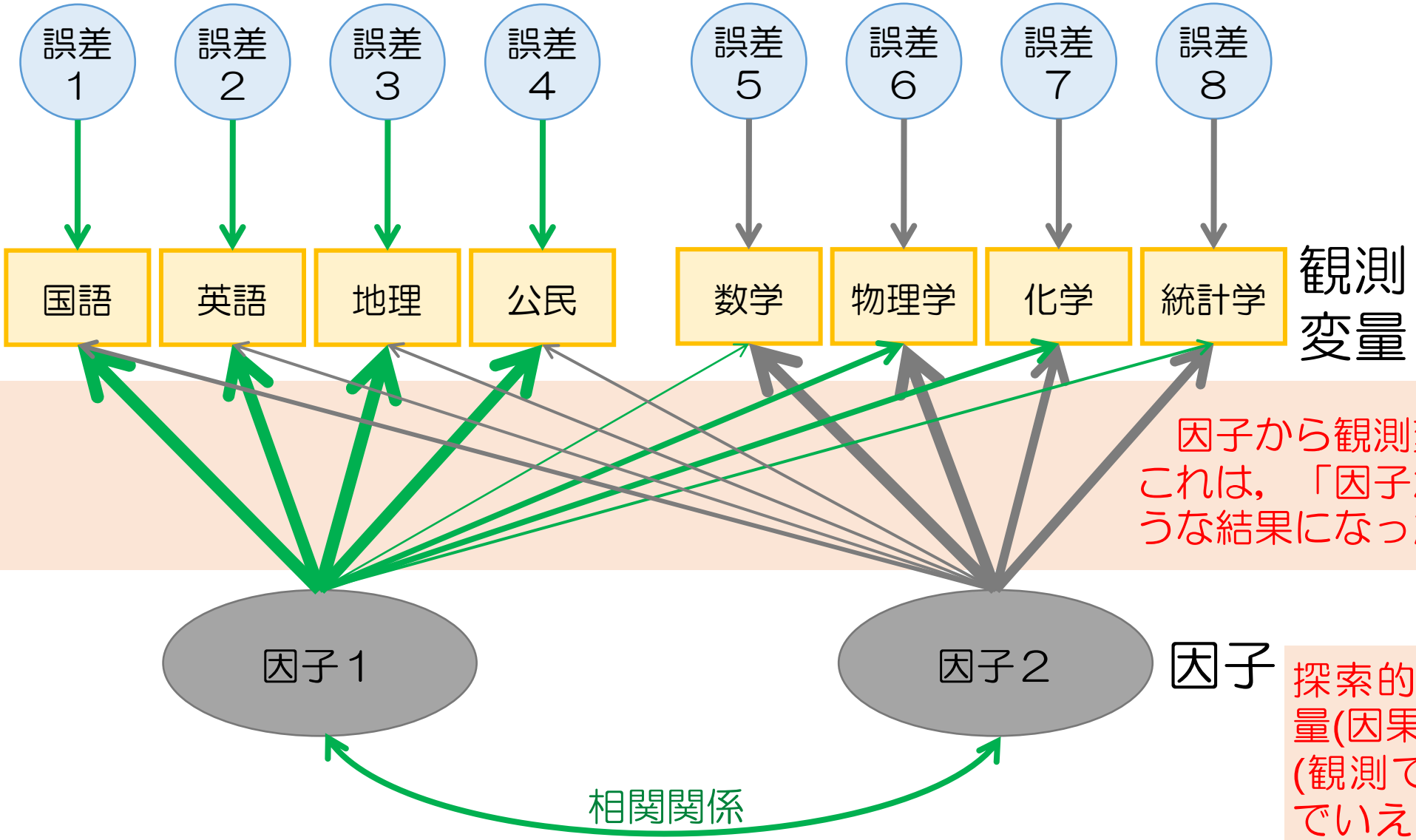


観測変量　アンケート等で観測可能な変量

因子　人間の心理的に内在する感情など実際には観測できない変量．最近では，潜在変数(Latent variable)という．

個々の因子に対する，すべての観測変量への影響(因子負荷量)が計算できる(上図のパスの太さが因子負荷量を表す)．太いパスの先にある変量に共通する因子として影響を与える．

パス図の矢印に注目する



因子から観測変量に矢印が向いている．これは，「因子が影響して観測変量のような結果になった」と考える

探索的因子分析では，観測変量(因果推論でいえば結果)から，(観測できない)因子(因果関係でいえば原因)を推論する統計的方法といえる．

因子分析の流れ

抽出する因子の数を決める

- 分析前に決定する
- 初期解を求める過程において計算される寄与率(反復計算の初期値)を用いることが多い

因子の抽出方法を決める(初期解を求める方法を決める)

- 探索的因子分析では，諸種の因子解を求める方法がある.
- 初期解とは解ではないが解に近い結果を表すことを意味する.

因子の軸の回転方法を決める

- 因子の因子負荷量(共通性)が高くなるように，決定した因子数のもとで軸を回転させる

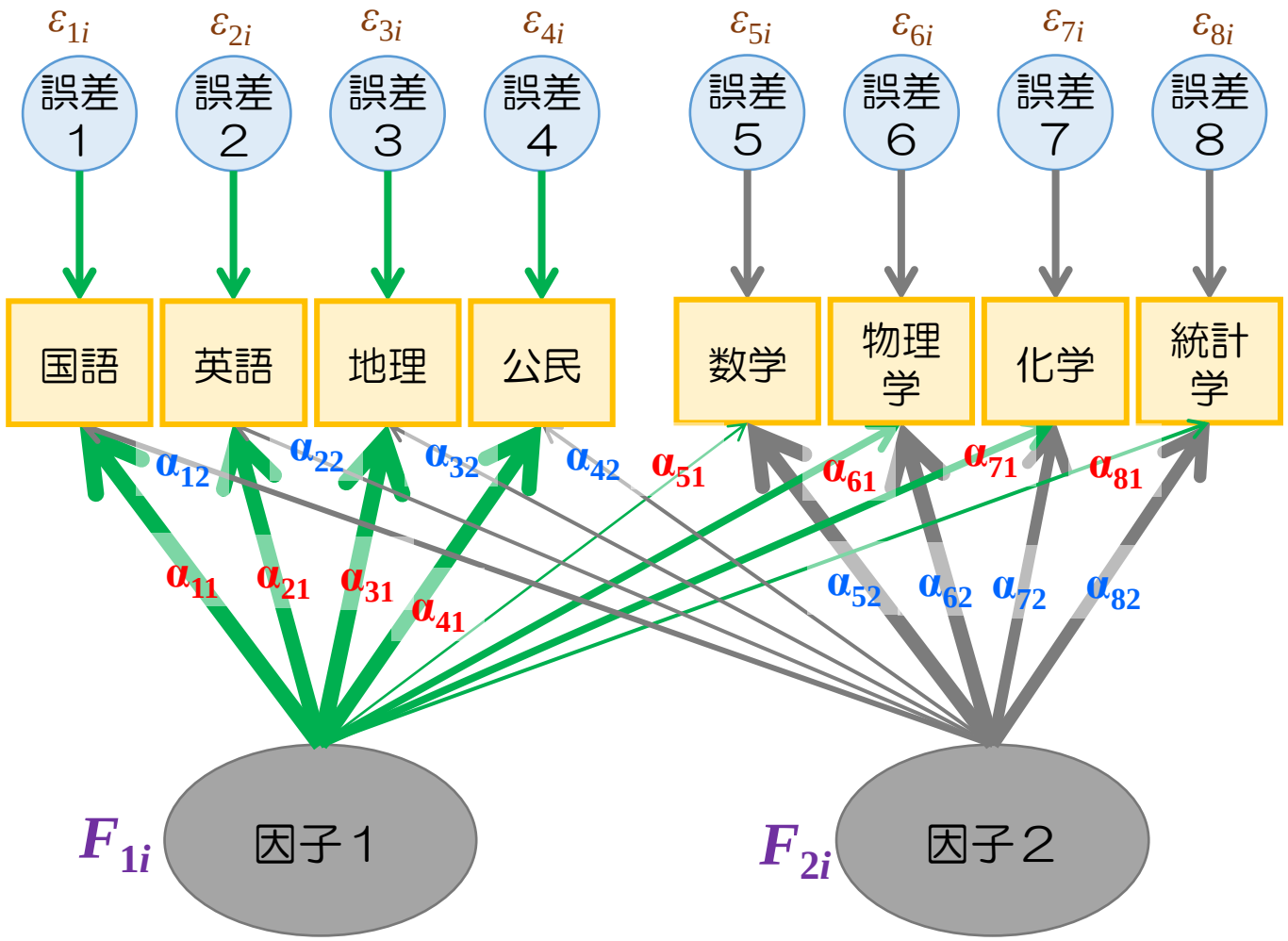
分析結果から軸を解釈する.

軸に対して観測変量に基づいて意味付けを行う.

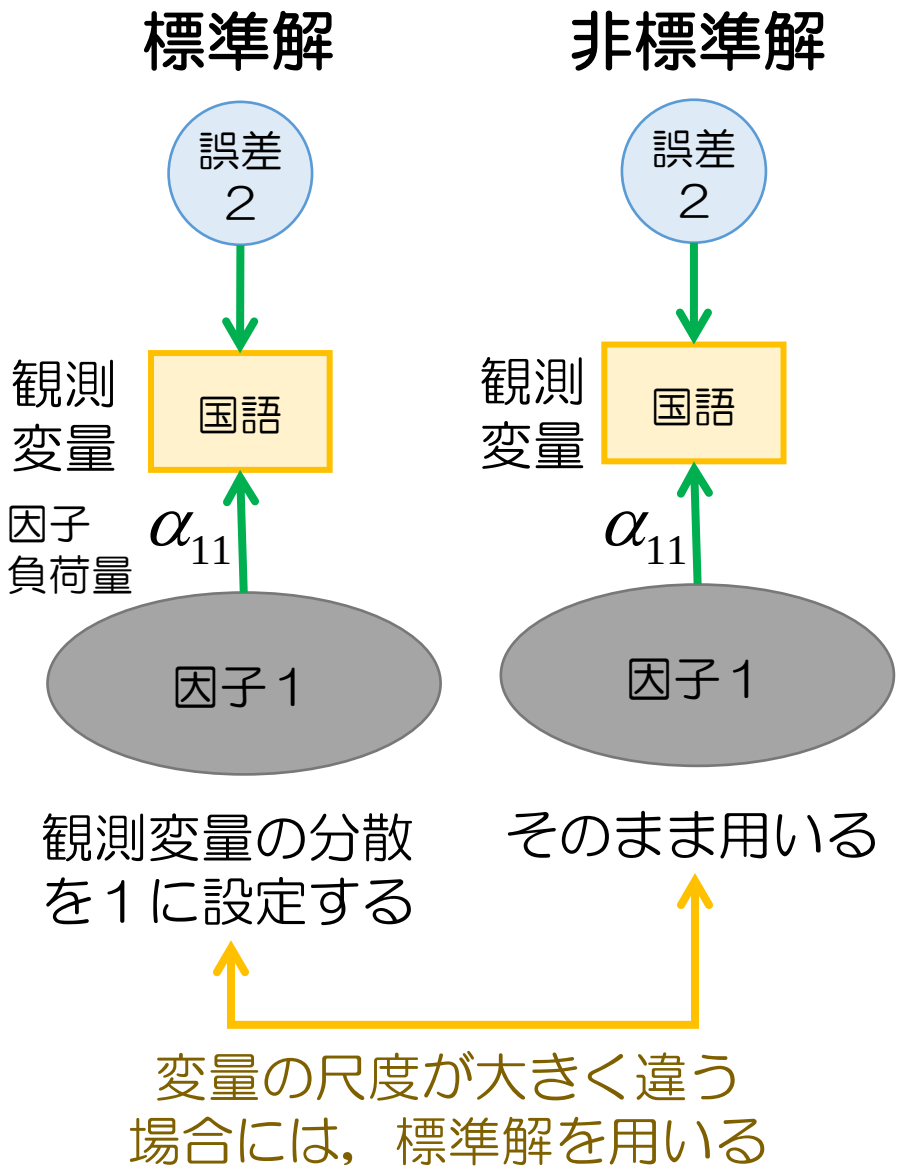
因子分析のモデル

			因子1の因子負荷量		因子2の因子負荷量		
1:	国語	$=$	α_{11}	F_{1i}	$+\ \alpha_{12}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{1i}$
2:	英語	$=$	α_{21}	F_{1i}	$+\ \alpha_{22}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{2i}$
3:	地理	$=$	α_{31}	F_{1i}	$+\ \alpha_{32}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{3i}$
4:	公民	$=$	α_{41}	F_{1i}	$+\ \alpha_{42}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{4i}$
5:	数学	$=$	α_{51}	F_{1i}	$+\ \alpha_{52}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{5i}$
6:	物理学	$=$	α_{61}	F_{1i}	$+\ \alpha_{62}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{6i}$
7:	化学	$=$	α_{71}	F_{1i}	$+\ \alpha_{72}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{7i}$
8:	統計学	$=$	α_{81}	F_{1i}	$+\ \alpha_{82}$	F_{2i}	$+\ \varepsilon_{8i}$

因子1の個体iに対する因子得点　　因子2の個体iに対する因子得点



共通性と独自性



独自性（独自因子）

個々の観測変量に含まれる値のなかで，因子では説明できなかった値

共通性（共通因子）

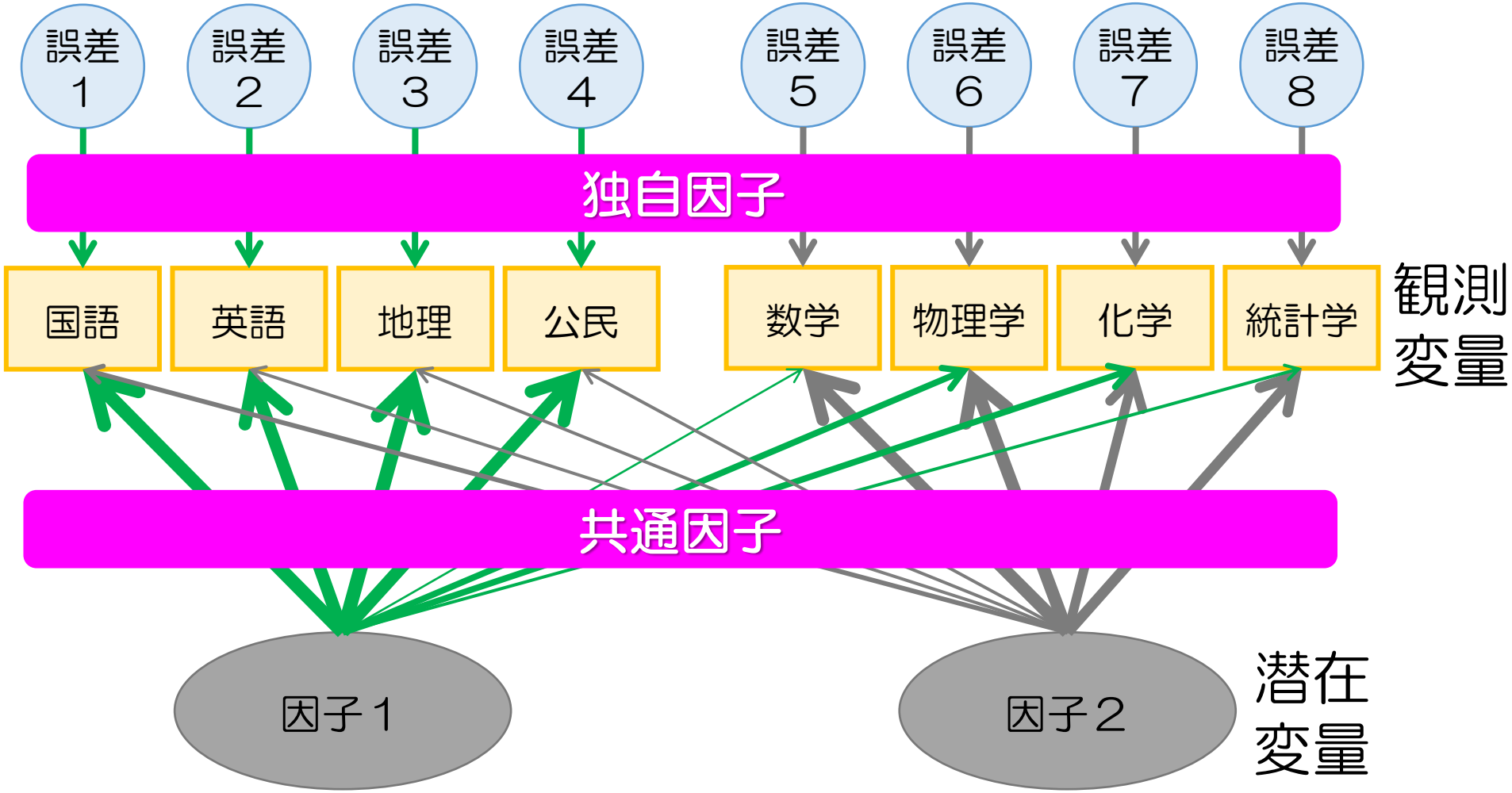
因子を構成する観測変量に共通の特性は因子負荷量と呼ばれ，説明変量に及ぼす因子の影響を意味する．2乗したものが共通性の大きさを表す．

ちなみに標準解とは，

共通性 ＋ 独自性 ＝ １

となるように尺度化した場合の値である．例えば，身長と体重では，尺度が異なる．このような場合には，非標準解では因子が各観測変量に及ぼす影響の大きさを比較できないため，標準解を用いる．

初期解の目的



つまり，因子分析とは，独自因子(誤差)をなるべく小さくしながら，因子分析のモデルで説明できる共通因子で表すことができるように，因子分析のモデルは構築される．

因子数の選定の方法

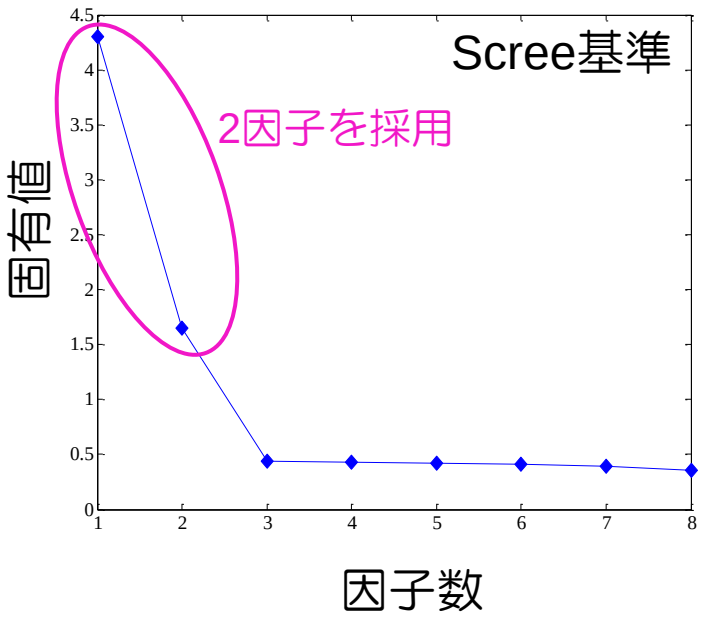
■ 古典的な方法

－固有値が1以上の因子数を用いる(Gutman基準) [最も基本的だが最近はあまり推奨されない]

－スクリープロットがなだらかになる前までを採用する(Scree基準)

－累積寄与率が50%～60%以上になるまでの因子数を選ぶ.

－因子回転までしたうえで解釈できそうな因子数を選ぶ.



■ その他の方法

－情報量規準(AIC，BICなど)を用いる [モデル適合度の観点から因子数を決定する]

－その他，平行分析，MAP(Minimum Average Partial Correlation)などの方法があるが，Rでのみ実行可能なため割愛.

固有値を1にするのは，各変量の情報量が1なので，それを下回ると元の情報よりも少ないから，という考えに基づいている(主成分分析の考え方に沿った流れ)．場合によっては必要な場合もあるので，絶対ではない.

なお，因子数の妥当性確認を行うための検定として，Bartlettの球面性検定を用いることができる.

因子数の選定とともに見てほしいこと：単純構造

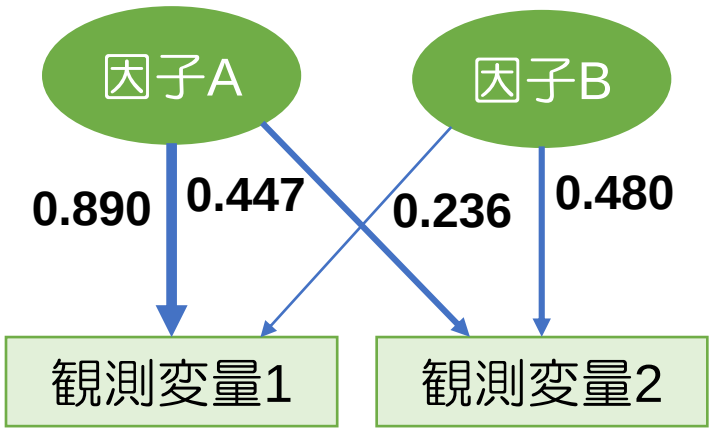
因子分析においてよく起こる状況

因子負荷量

	因子A	因子B
変量１	**0.890**	0.236
変量２	**0.447**	**0.480**

⋮　⋮

パス図で書くと



■ 変量1は因子Aのみの影響を受ける．このように，1つの観測変量が1つの因子とだけ高い関連をもつ状態を**単純構造(simple structure)**という．

■すべての観測変量が単純構造をもつほうが解釈がしやすいことから，看護研究では，単純構造をもたない観測変量(上記の場合には変量2)を削除する場合がある(例えば，因子負荷量が複数の因子で0.4以上の観測変量は除外するなど)．

因子抽出(因子負荷量の計算)における主な方法

■ 最尤法 (因子抽出の第1選択手法)

○ 標本サイズが大きい場合に最も良い推定を行う(ことが数理統計学的に証明できる).
○ 多変量正規分布に基づいているが，多少，正規性が崩れても良い結果をもたらす.
○ 尺度不変なので，標準解でも非標準解でも同じ結果を導く.

× 共通性(因子負荷量の2乗の和)の推定が1を超える(定義上，1を超えることはない)．これを Haywood casesという.
その原因として考えられることは以下の通り：
- 標本サイズが小さい (もっとデータを集める).
- データ内に局所的に高い相関が認められる (手法を変更).
- 因子分析のモデルが適切にデータに当てはまっていない(手法を変更).

× 第1因子の共通性のほうが，第2因子よりも小さい場合が生じる可能性がある.

Heywood casesが比較的起こりにくい最小2乗法の結果と比較して，あまりにも乖離がある場合には，最尤法において適切に因子が抽出されていない(局所最適解に陥っている)可能性があり，このような場合には最尤法を用いるべきではない．ただし，そうでなければ，最尤法の結果を採用することが推奨される.

因子抽出(因子負荷量の計算)における主な方法

■ 最小2乗法 (因子抽出の第2選択手法)

○ 最尤法に比べてHaywood casesに陥りにくい.
○ 正規性の仮定は最尤法よりも緩い(仮定しないと書いている書籍もあるが暗黙裡には仮定されている).
× 最尤法では共通性が小さい変量の重みを小さくするのに対して，最小2乗法ではすべて同じ重みになるので，共通性が小さい項目の影響を受ける.
× 尺度不変ではない(標準解と非標準解で違う結果をもたらす).
× 正規性が満たされており，標本サイズが多い場合には最尤法に劣る.

残差を共通性で重みづけることで，尺度不変性を満たす方法として，一般化最小2乗法(SPSSでは，重み付き最小2乗法)というものがあるが，この場合には，Haywood casesに陥りやすくなっているので注意が必要.

因子抽出(因子負荷量の計算)における主な方法

■ 主因子法

主因子法には，反復主因子法と非反復主因子法がある(単に主因子法という場合には反復主因子法を指す)．反復主因子法は，相関行列の固有値問題の結果を再代入して残差の最小化を反復して求める．非反復主因子法は固有値問題を解いてから1回だけ再代入する方法．なお，固有値問題を解くだけの方法は，主成分法という．

- 反復主因子法は数学的に見ると最小2乗法と同じだが，アルゴリズムが違うので少し異なる結果を示す．

○ 最小2乗法において，Haywood casesに陥る直前で収束する(最適解ではないが・・・)．
× 計算効率が悪く，最適解が求まらない場合がある(反復主因子法の場合)．

因子抽出の方法の選び方

① 最初のチョイスとして，最尤法を選ぶ．

② 不適解が出た場合には，因子数を変えてみる．それでもダメならば，最小2乗法(あるいは重み付き2乗法)を選ぶ．

③ 不適解が出た場合あるいは，収束しなかった場合には，反復主因子法を選ぶ(反復回数を増やす)．このとき，局所最適解に陥ることも考えられるので，収束基準を小さくする．

因みに，SPSSのSupportページでは

> まずひとつの因子にまとめたい場合は「主因子法」で、それ以外は「最尤法」を実施してください。「最尤法」をしようにも各観測変量が正規分布をしていない場合は「一般化最小二乗法」で因子成立を狙い、それでは不適解になってしまう場合は「重み付けのない最小二乗法」がよいと思います。

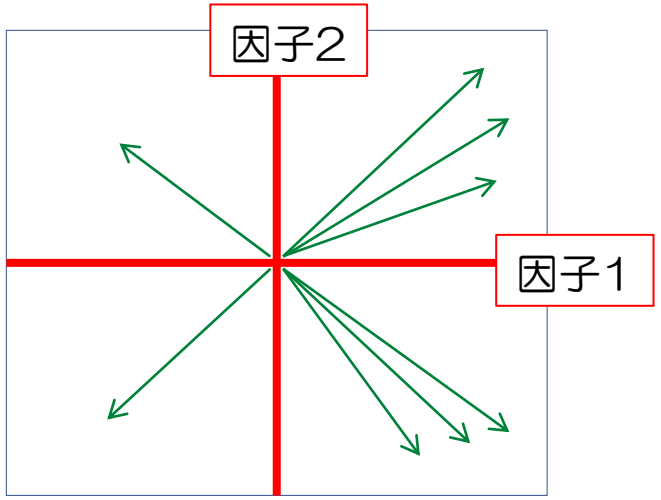
と記載されている．ただし，

- 1因子で評価することはほとんどない．
- 正規分布に従わない場合は最小2乗法とあるが，最小2乗基準は正規分布に基づいて計算していないだけ(そもそも，天井効果や底効果がある場合は質問項目を除外したほうがい)．
- 一般化最小2乗法の解は，多くの場合に最尤法に近い値になる．

といったことから，一番上の基準でもよいように思います．なお，SPSSにはアルファ因子法，イメージ因子法といった方法も存在しますが，あまりメジャーではないため，利用することはお勧めされません．

因子軸の回転

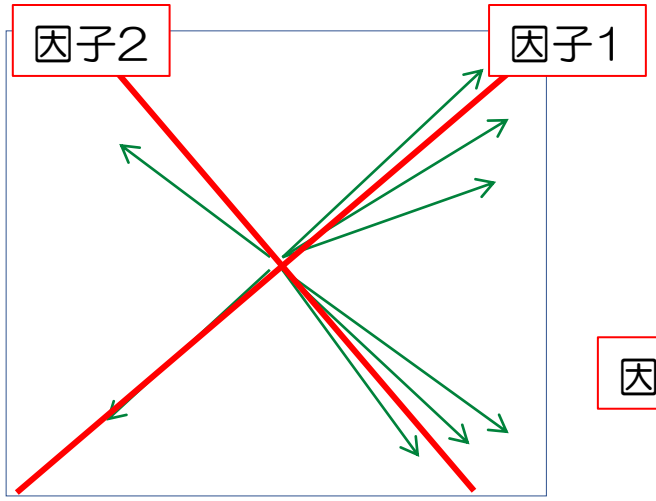
観測値の因子負荷量のプロット(緑の矢印は因子負荷量を表している)



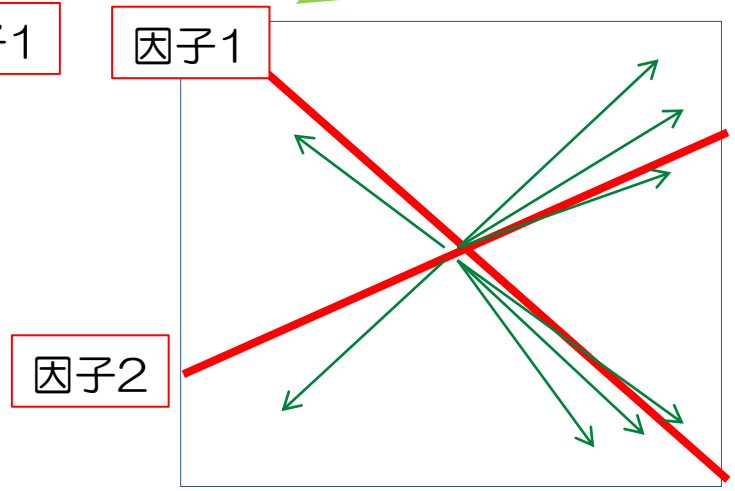
初期解

どの回転方法を用いるかは，得られた因子負荷量の解釈のし易さで選択される傾向にある．

- 各因子の相関は0である．
- 座標軸が直交しているので，散布図による解釈が可能．
- 制約がきついため，本来の潜在構造を捉えられないことが多いため，最近はあまり用いられない．
- バリマックス回転が有名．



直交解(直交回転)



斜交解(斜交回転)

- 各因子に相関が存在する(そのため，因子間の相関を確認することが重要)．
- 座標軸が直交していないので，散布図による解釈が不可能．
- 最近は，斜向解を用いることの方が多い．
- プロマックス回転が有名．

SPSSに実装されている因子回転

■ 直交回転

- バリマックス回転：因子負荷量の平方(共通因子)の分散を最大化する方法
- クオーティマックス回転：因子負荷量が高いものと，0に近いものが多くなるように回転する方法
- エカマックス回転：各因子の寄与が均等になるように回転する方法

■ 傾交回転

- プロマックス回転：因子負荷量の平方(共通因子)の分散を最大化する方法(バリマックス回転との違いは，因子間が直交しないことを許容する)．κ値が大きいほど因子間相関が高くなる(κ=4が推奨されている)

■ オブリミン回転 (SPSSでは直接オブミリン回転) [理論的にはpromax回転より優れている方法]

- 追加パラメータ(SPSSでは，δ値[SPSS独自の名前でよくわからない]，JMP/SASでは重みτ)を設定しなければならない．δがマイナスに行くほど直交に近づき，プラスにいくほど因子間相関が高くなる．なお，0の場合にはクォーティミン回転と呼ばれる．

プロマックス回転は，簡便に斜向解を求めるための方法である．ソフトウェアが貧弱だったときの名残で，今でも最も用いられているが，理論的にみると，オブリミン回転の方が優れているので，JMPではOblimin回転とくに，τ=0のクオーティミン回転が推奨されている．

因子分析の例示

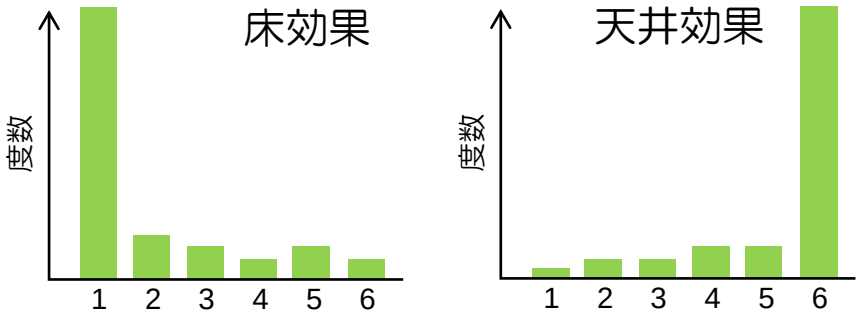
一般病棟の認知症高齢者の転倒予防ケア行動評価尺度の開発 (牧野他, 2020)

認知障害高齢者の入院時より高速を回避して転倒を予防するための熟練看護師の思考と実践行動のプロセスについての質的調査の結果に基づいて5施設においてアンケート調査が実施された.

3. 分析方法

54 項目について，記述統計による項目分析を行った．項目削除の判断基準は，天井効果は（平均+標準偏差）＞6，床効果は（平均－標準偏差）＜1，Item-Total 相関（I-T 相関）は $r < .400$，Good-Poor 分析（G-P 分析）は上位群と下位群の有意差がないこと，項目間相関は $r > .800$ として検討した．次に，整理した項目で探索的因子分析を行った．共通性と因子負荷量.400以下を基準に削除項目を検討し，得られた項目について確認的因子分析を行った.

■ 天井効果と床(フロア)効果



天井効果・床効果がある場合に正規分布から著しく偏っている

■ Item-Total相関

アンケートの合計点と各項目の点数の相関を表したもの．内容の一貫性・整合性を評価するのに用いられる．ちなみに該当項目を除いた合計値との相関はI-R相関と呼ばれる.

■ Good-Poor分析

合計得点が高い25%と低い25%を抽出して対応のあるt検定を行うとともに，相関係数を計算する.

牧野真弓・加藤真由美・成瀬早苗：一般病棟の認知症高齢者に対する入院時からの身体拘束の回避・解除を念頭においた転倒予防ケア行動評価尺度の開発, 日本看護科学会誌, 40, 349-359, 2020.

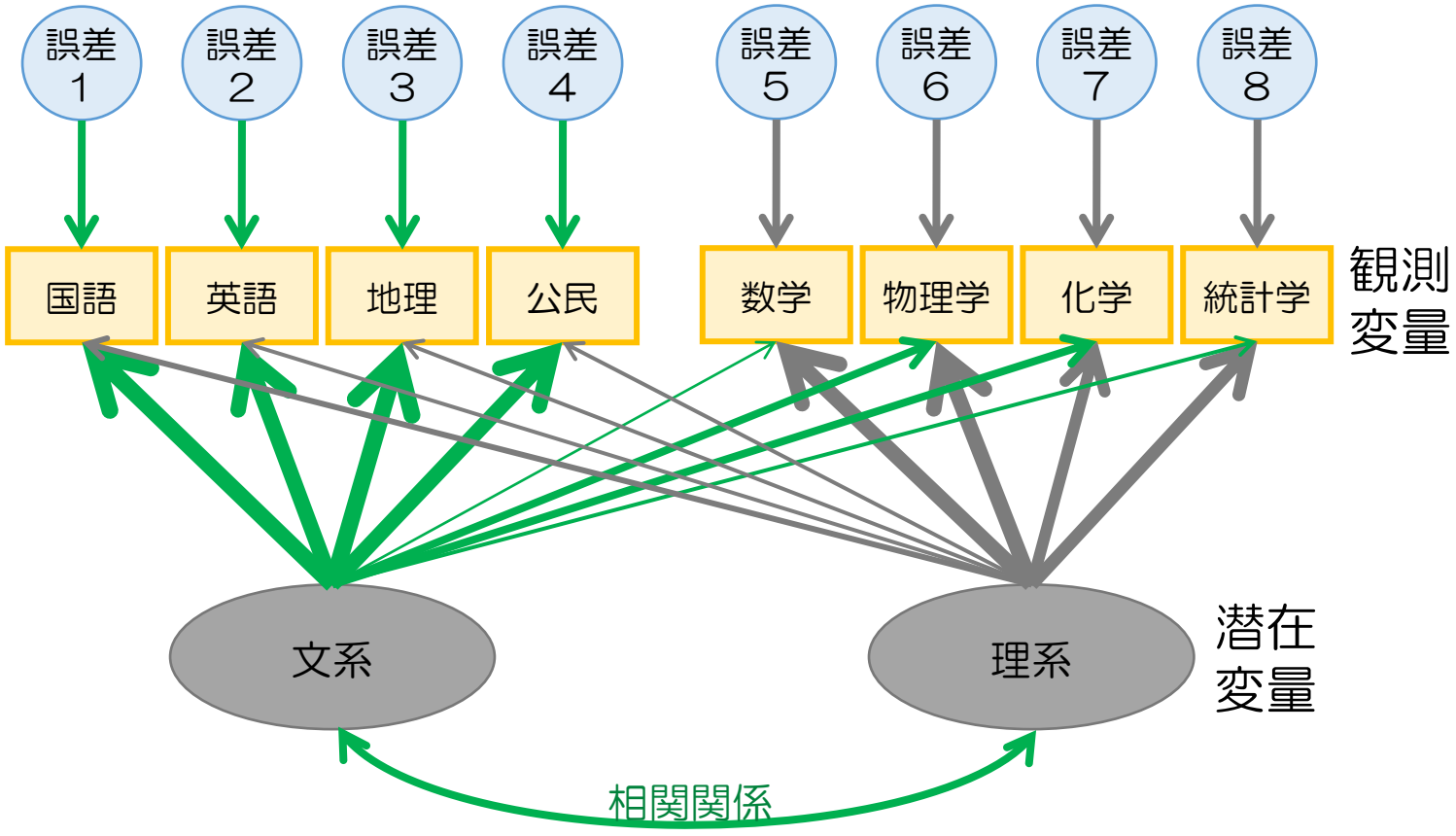
因子〈因子名〉クロンバックα係数	得点				因子負荷量					共通性	I-T 相関	
質問項目の内容	平均値	標準偏差	最小	最大	因子 1	因子 2	因子 3	因子 4	因子 5			
因子 1【その人らしい活動支援】α = .905	18.98	5.21	5	30								
45　少しでも日常生活の中でできること，楽しめることを探してケアを工夫している	3.86	1.22			.910	.023	.069	–.100	–.011	.784	.756	***
43　これまでの行動や生活歴から得意なことで生活のリズムを作っている	3.69	1.25			.885	.014	–.124	.048	–.029	.710	.706	***
41　周囲の人と関わる機会を設けている	3.76	1.22			.884	–.015	.037	–.023	–.075	.686	.697	***
37　趣味や関心に基づいて移動したい気持ちや，散歩などの機会を支援している	3.75	1.24			.626	–.030	–.015	.080	.196	.655	.715	***
47　日々の転倒予防ケアに新しく学んだ知識や技術を取り入れている	3.85	1.17			.544	.016	.180	.052	.037	.544	.737	***
因子 2【入院時から納得を目指す接近】α = .877	23.81	3.82	13	30								***
5　入院時に，本人の意向を確認するような声掛けや応対を行っている	4.67	0.99			–.020	.902	–.061	–.015	.064	.765	.730	***
4　入院時に，普段の様子を情報収集して接する糸口をつかむようにしている	4.51	1.00			.033	.852	–.119	–.060	.045	.609	.641	***
2　入院時に，治療やケアの必要性についての理解状況をアセスメントしている	4.90	0.91			–.049	.689	.169	–.098	–.043	.488	.580	***
6　入院時に，必要な情報を何度でも伝えて，安心できるようにしている	4.65	0.94			.098	.630	–.049	.135	.050	.623	.743	***
8　入院時に，戸惑いや落ち着きのない様子がないか観察している	5.02	0.86			–.019	.599	.180	.136	–.104	.595	.696	***
因子 3【身体拘束を回避・解除する転倒予防連携】α = .863	24.00	3.81	12	30								***
18　身体拘束が解除出来ない原因を明らかにしている	4.62	1.03			–.043	–.159	.930	.006	.044	.695	.626	***
17　身体拘束実施後も，一時的に解除して観察し必要性を再評価している	4.72	1.04			.135	–.021	.715	–.043	–.022	.549	.611	***
19　互いの忙しさ・仕事のペース・限界を把握し，チームメンバーが協力して転倒予防している	4.71	0.96			–.067	.079	.631	–.013	.112	.486	.601	***
20　転倒につながる重要な情報をチームメンバー内へ伝達している	5.00	0.86			–.038	.208	.599	.083	–.027	.609	.691	***
16　疼痛をアセスメントし，早期に取り除くケアを行っている	4.89	0.87			.096	.176	.538	.073	–.040	.584	.703	***
因子 4【その人らしさを尊重するケア者の態度】α = .913	17.42	3.82	6	24								***
25　「家に帰りたい」の発言には，説得せず気持ちを汲み取るよう傾聴している	4.39	1.02			.001	.009	–.075	.916	–.027	.735	.723	***
24　BPSD を発症させない関わりを意識して行っている	4.18	1.18			.078	–.107	.044	.832	.050	.772	.761	***
23　自信喪失や窮地に追い込まれたりしないように対応している	4.57	0.99			–.079	.027	.144	.816	–.051	.738	.741	***
27　矛盾した内容を伝えてきても寄り添い，言葉の裏に隠された思いを汲み取るようにしている	4.25	1.07			.083	.075	.015	.703	.028	.713	.782	***
因子 5【拘束回避の転倒予防技術】α = .796	11.05	3.17	4	18								***
32　入院時に患者が落ち着くまで，誰かが傍に居るように配慮をしている	3.64	1.19			.007	.023	–.024	–.019	.776	.596	.552	***
31　身体拘束を回避して転倒予防に取り組んでいる	3.95	1.20			–.045	.025	.194	–.073	.669	.506	.573	***
33　なじみの物を配置し，入院前の生活環境に近づけている	3.45	1.35			.188	–.010	–.075	.096	.648	.663	.652	***
22 項目全体	95.03	16.03	50	132								
	因子間相関	第 1 因子			1							
		第 2 因子			.567	1						
		第 3 因子			.543	.663	1					
		第 4 因子			.693	.675	.689	1				
		第 5 因子			.710	.503	.450	.578	1			

因子抽出法：主因子法（プロマックス回転），尺度全体（Cronbach α = .947），全分散を説明する割合　64.118%，*** $p < .001$

探索的因子分析で終わらないでほしい：確認的因子分析

■ 探索的因子分析

観測変量に基づいて潜在構造(因子)を探索することが目標．いいかえれば，各因子が影響を与える観測変量を見つけ出し，その影響の大きさから因子に適切な解釈をつけられれば良い．



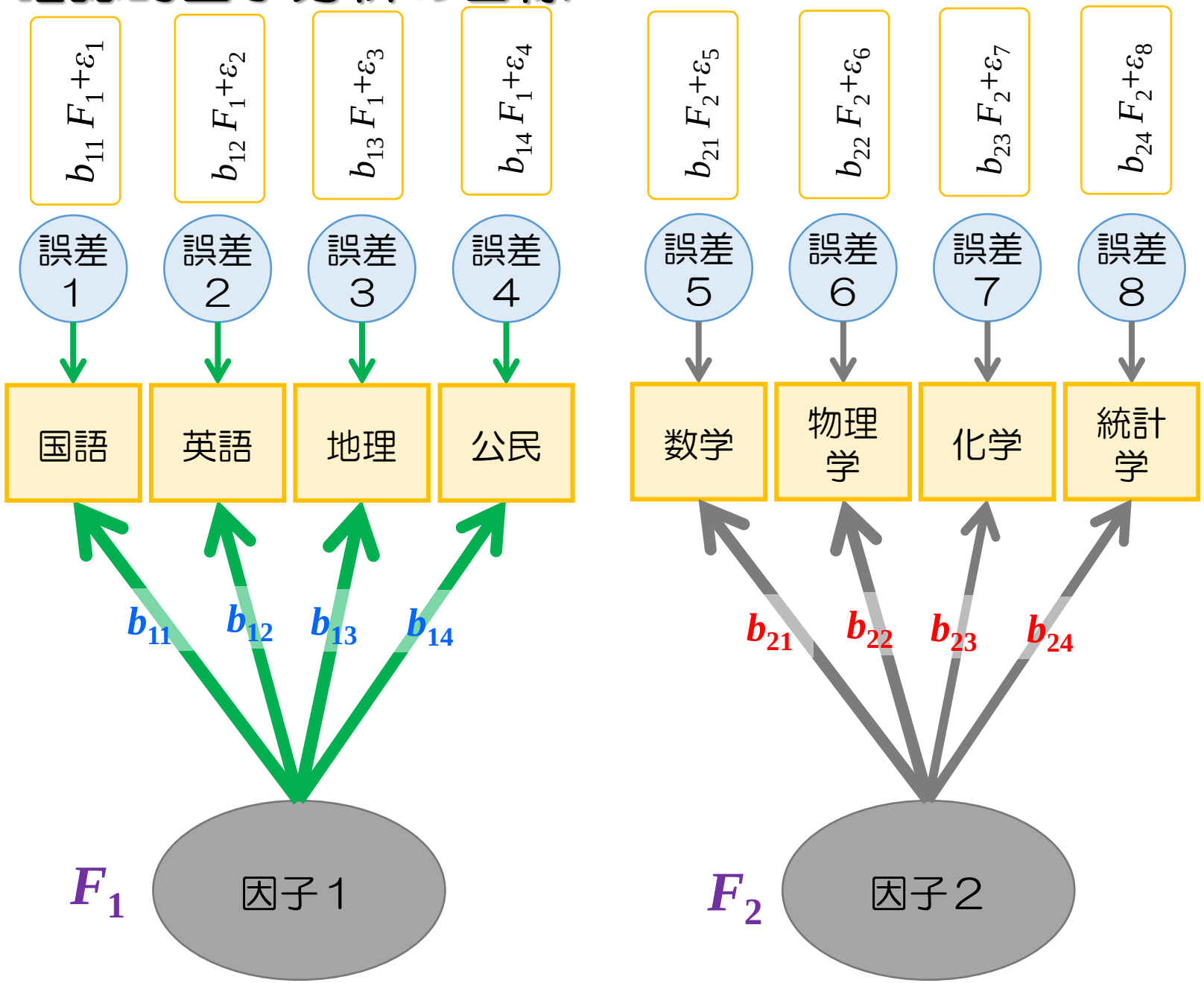
パス図でもわかるように，探索的因子分析では，因子構造を抽出したとしても，因子に関連のない観測変量に対して，多少の影響を与えるような形式になっている．

潜在構造(因子)が抽出されたのであれば，その仮説のもとで，データがうまく当てはまっているか(つまり因子モデルが妥当であるか)について再検証する必要がある

↓

確認的因子分析

確認的因子分析の目標



確認的因子分析では，予め因子構造を与えたうえで，その妥当性を検討する．

SPSS単体では実行不可能でAMOS(共分散構造分析)を利用する必要がある．

あるいは，JMP15.0以降であれば，共分散構造分析を実行できる．

例示：病院に勤務する看護師の転職観の因子構造モデル

本研究では，全国の200床以上の病院39施設に勤務する看護師(就業年数1年以上)に対して，郵送法により，転職感に関するアンケート調査(6件法)を実施している.

	第1因子	第2因子	第3因子	第4因子
第1因子　自己実現の可能性				
転職したら，私が看護師として達成すべき目標が今よりも明確になる	.75	−.02	.03	.05
転職することは，キャリアアップのための手段を得ることである	.73	.02	−.12	−.06
転職することは，自分の看護実践能力を高めることである	.72	.05	−.12	−.13
転職することは，私が看護師として果たすべき役割を明確にすることだ	.72	−.07	.01	.10
転職したら，いまよりも仕事から充実感を得られるようになる	.71	−.09	.15	−.01
転職することは，看護師としての専門性を高めることだ	.70	−.03	−.09	.01
転職することは，自分が思い描く理想の看護を追及することである	.70	.01	−.03	.05
転職することは，自己実現の手段を得ることである	.65	−.05	.17	−.10
転職することで，看護職を生涯の仕事としてより意識するようになる	.61	.04	−.01	.07
転職することは，自分のキャリア形成に対して自己管理することである	.58	.02	−.13	−.03
転職することは，現在所属する病院では成し得ないことを成す機会を得ることである	.56	.20	−.01	−.07
転職したら，新しい自分に生まれ変わることができる	.55	−.04	.08	.08
転職したら，私の看護実践能力がいまよりも認められる	.53	.04	.17	.04
第2因子　現職場における労働環境の多忙化				
私が転職することで，現在所属する病院の看護師のストレスを増大させる原因になる	.04	.73	.00	.01
私が転職することで，現在所属する病院の看護師の数がさらに減少する原因になる	−.05	.71	.03	−.06
私が転職することで，現在所属する病院の看護師の仕事量がさらに増える	.01	.67	.01	−.02
私が転職することで，現在所属する病院の中間看護師層が減少する	.01	.55	.07	.01
私が転職することで，現在所属する病院の看護師の定着率が低下する	.04	.54	−.03	.12
第3因子　仕事と生活の両立の手段				
転職したら，家事を優先できるようになる	−.06	.02	.89	−.07
転職したら，育児を優先できるようになる	−.02	.02	.85	−.01
転職したら，配偶者の仕事を優先できるようになる	−.01	.01	.70	.03
第4因子　経験知喪失への不安				
転職したら，私の看護師としての経験の積み重ねがリセットされる	.06	−.09	−.01	.64
転職したら，現在所属する病院から受けた教育が無駄になる	−.08	−.01	.03	.63
転職したら，新しい転職先の施設では，これまでの経験で培った自信を失う	.05	.03	.09	.58
転職したら，現在所属する病院に対して投資してきた金が無駄になる	.05	.01	−.06	.54
転職したら，現在所属する病院に対して投資してきた時間が無駄になる	−.03	.10	−.05	.54
一度転職したら，続けて就業することは困難になる	.00	−.10	.04	.51
転職したら，私の看護師としてのキャリア形成が阻害される	−.06	.15	−.03	.50
因子相関行列　第1因子	1.00	.30**	.23**	.10**
第2因子		1.00	.10**	.38**
第3因子			1.00	.17**
第4因子				1.00
信頼性係数（Cronbach's α）	.91	.79	.85	.77

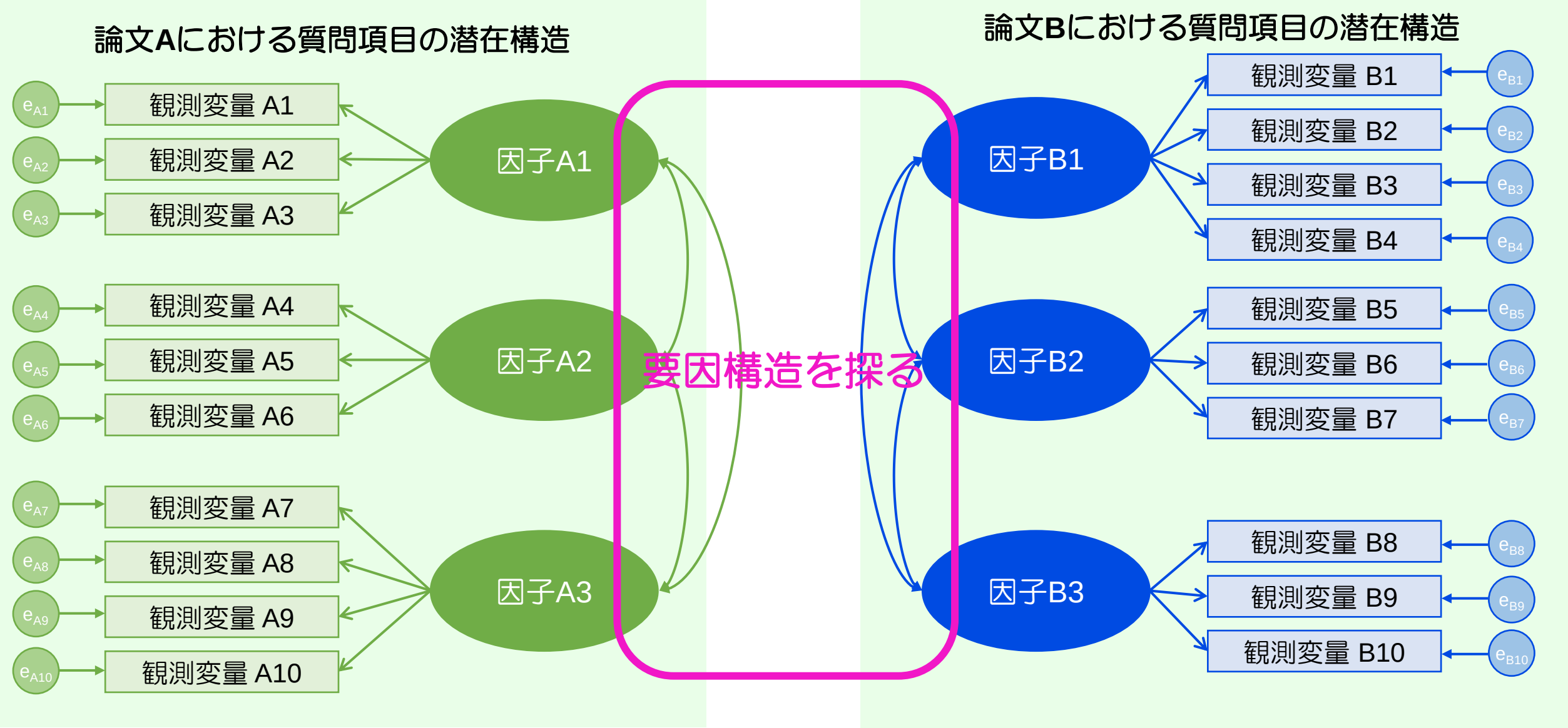
因子分析では，天井・床効果がある2項目を削除している(つまり，非常に偏りが大きい項目は削除されている).

- 因子数はスクリープロット基準を採用
- 55項目の説明項目を**因子**負荷量に基づいて取捨選択を行い，28項目を選定
- 主因子法＋プロマックス回転により因子抽出
- 4因子での寄与率は51.6%

田中聡美・布施純子：病院に勤務する看護師の転職観の因子構造モデル，日本看護学研究学会雑誌，38(2), 13-22, 2015.

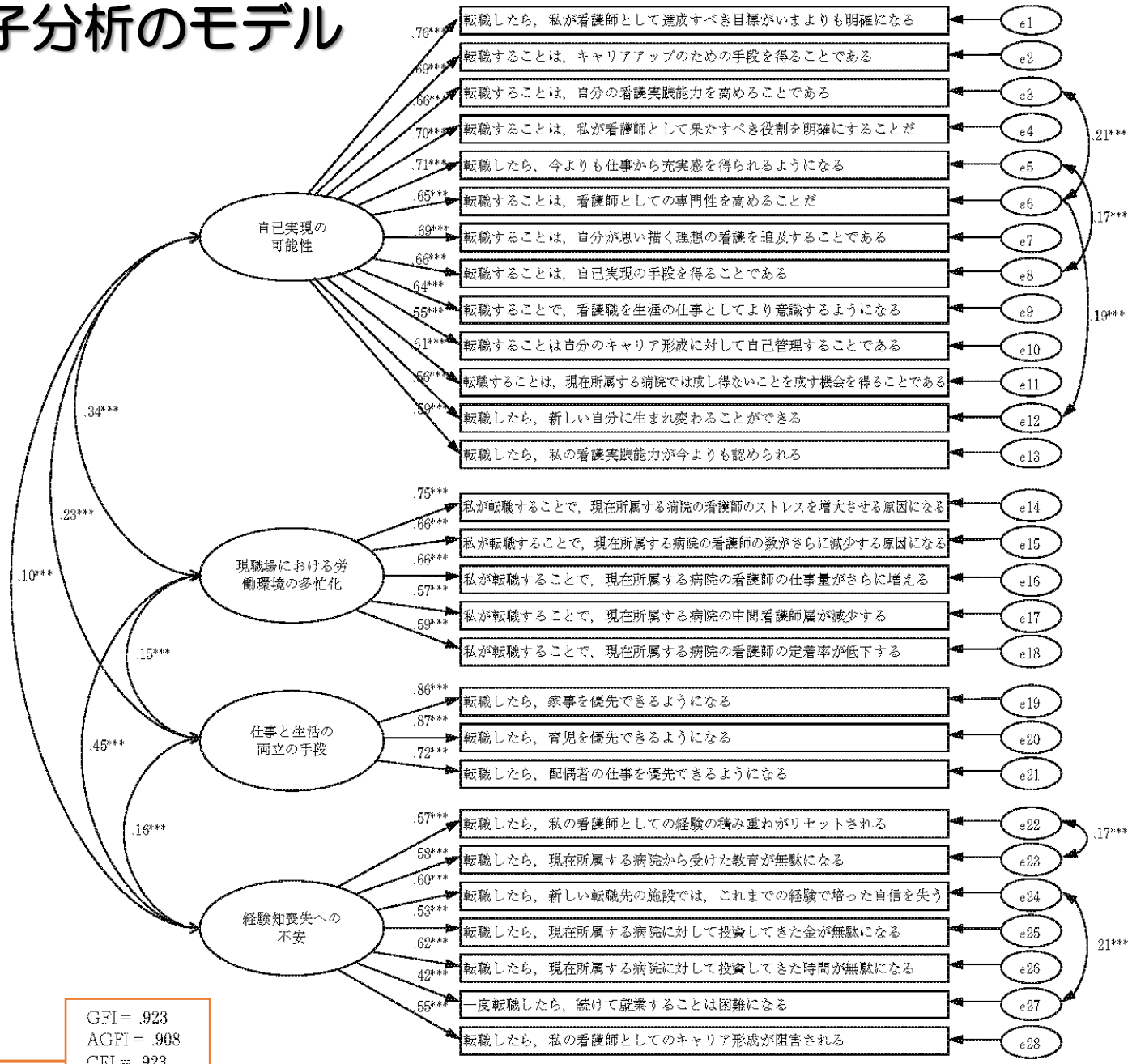
つまりどういうことか？

つまり，因子得点を用いて複数の論文の質問の関連性を見るのではなく，潜在構造から捉えるのが本来の形式



そのためには，共分散構造分析(SEM)を用いる方法が推奨される(数理的には難しいが解析だけであればお絵かき)

確認的因子分析のモデル



GFI = .923
AGFI = .908
CFI = .923
RMSEA = .048
*** : $p < .001$

GFI = .923
AGFI = .908
CFI = .923
RMSEA = .048
*** : $p < .001$

因子分析は，潜在構造の探索あるいは検証が目的であり，新たな評価尺度として用いることは意図されていません．

なぜなら，因子負荷量はデータによって変わる数値であり，再現性に乏しい数値です．

既存論文の質問項目および因子を引用するのであれば，潜在構造をリファレンスしたほうが良いと思います．

SPSSによる因子分析の実践

Rosenbergの自尊心データ

① 少なくとも人並みには，価値のある人間である.

② いろいろな良い素質を持っている.

③ 敗北者だと思うことがよくある.

④ 物事を人並みには，うまくやれる.

⑤ 自分には，自慢できるところがあまりない.

⑥ 自分に対して肯定的である.

⑦ だいたいにおいて，自分に満足している.

⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい.

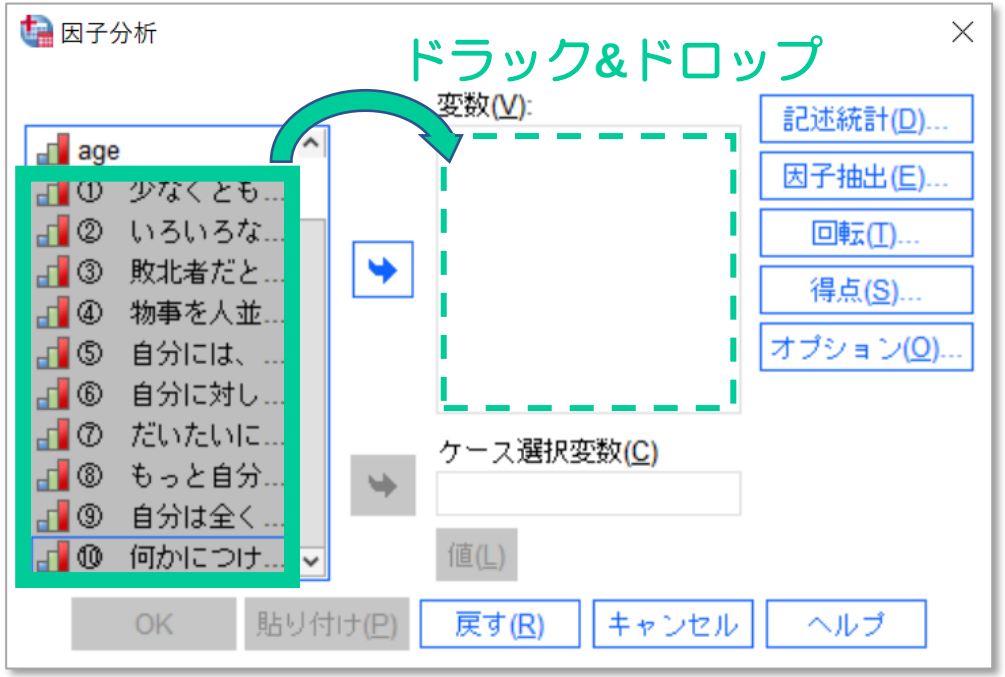
⑨ 自分は全くダメな人間だと思うことがある.

⑩ 何かにつけて，自分は役に立たない人間だと思う.

上記のデータに対して5件法によりデータがとられている.

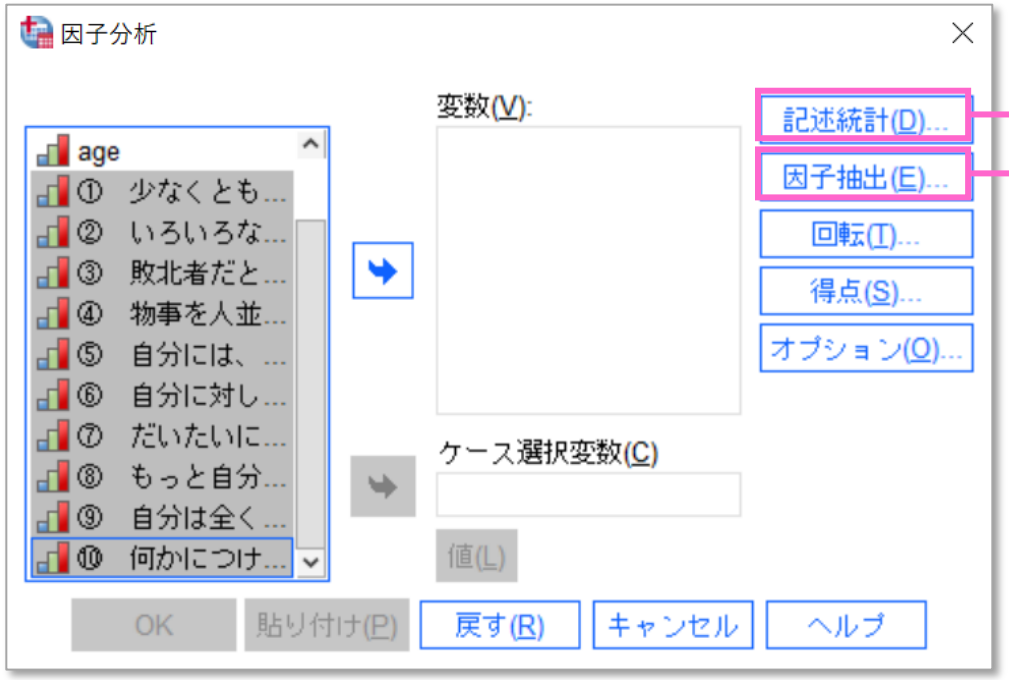
メニューから以下を選択

「分析」→「次元分解」→「因子分析」

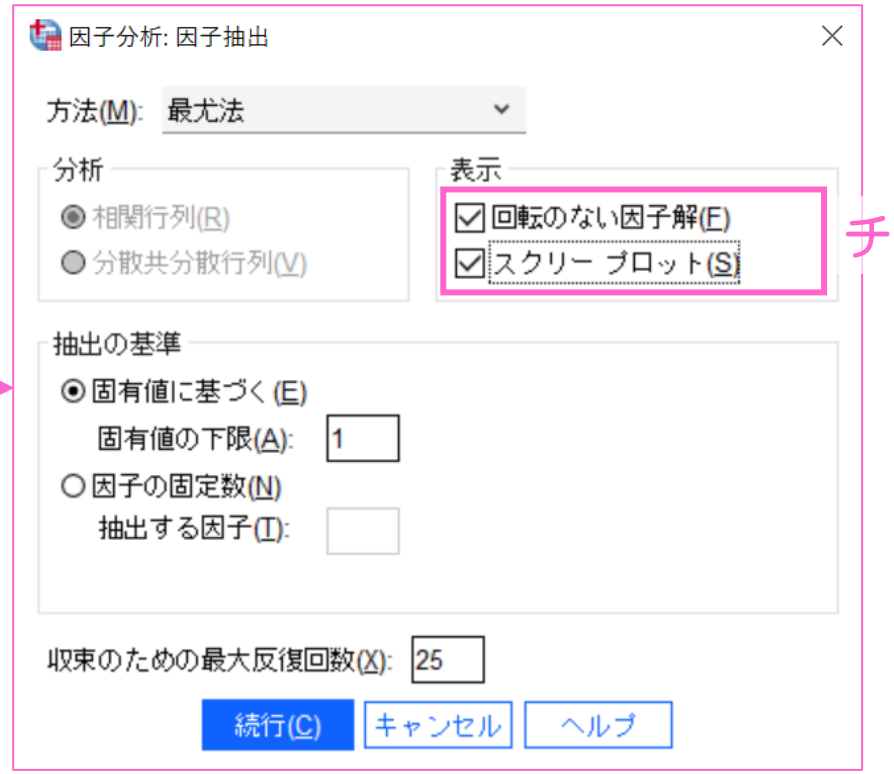


SPSSによる因子分析の実践

「分析」→「次元分解」→「因子分析」



チェックを入れる



チェックを入れる

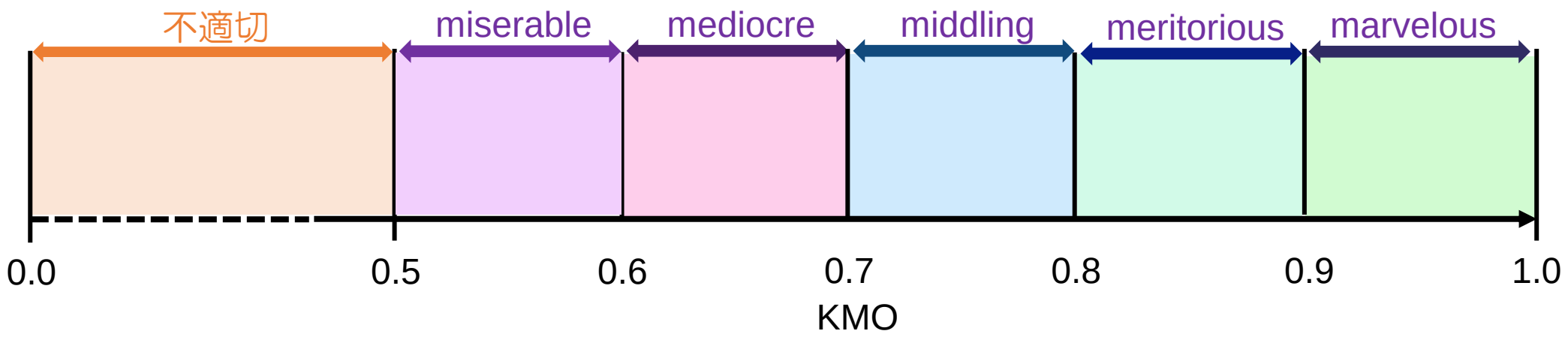
追加説明

Bartlettの球面性検定

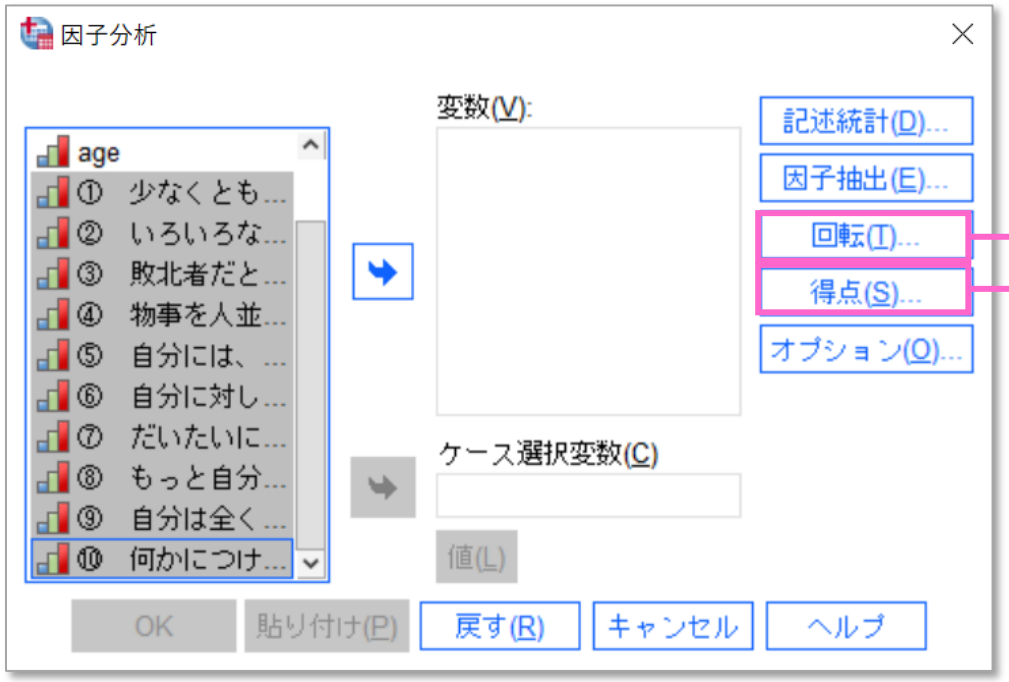
変量間の相関がすべて0であるという帰無仮説のもとで検定を行う方法である．有意でなければ，因子分析自体が難しいことを意味する．

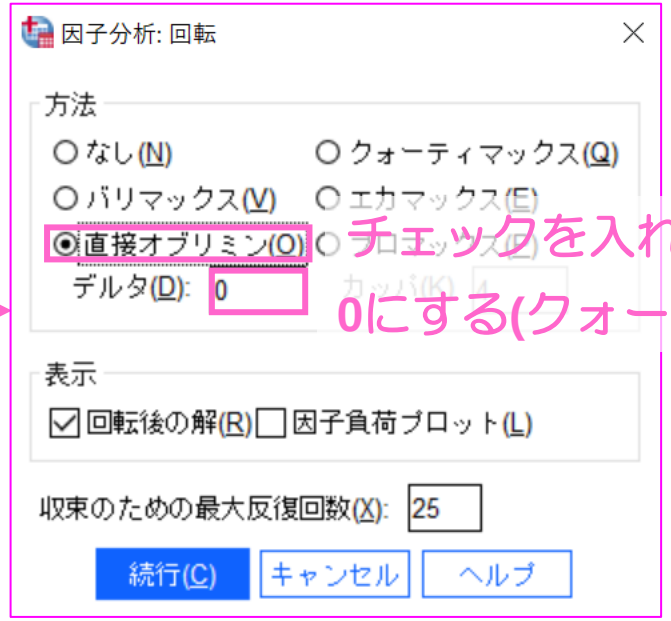
KMO (Kaiser-Meyer-Olkin)

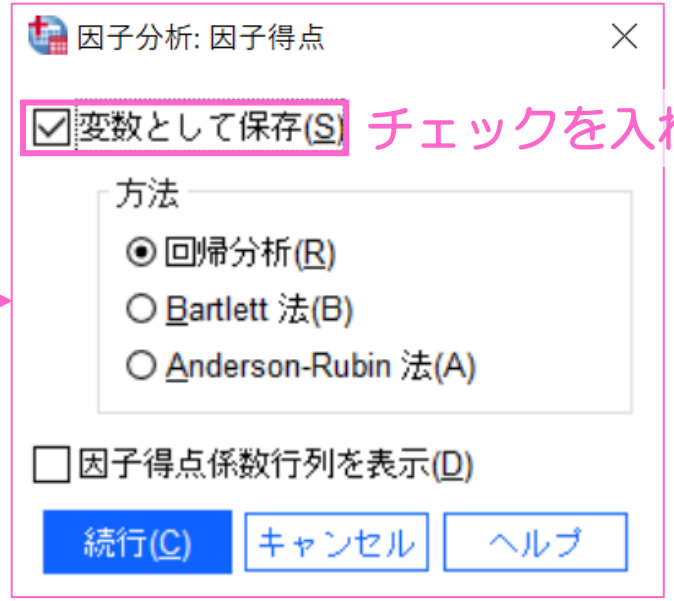
データ集合のなかに，十分な数の因子が存在するかどうかを示す指標．0.0から1.0の範囲で，0に近づくほど因子が存在しない可能性があることを意味する．



SPSSによる因子分析の実践







■ 回帰分析 (とくになにもなければこちらを選択)

推定された因子得点と真の因子得点の誤差をできるだけ小さくすることを目的とした手法.

■ Bartlett法

独自因子得点を最小化するように因子得点を推定.

■ Anderson-Rubin法

Bartlett法の修正版，推定された因子得点が直交するという特徴をもつ.

KMO および Bartlett の検定

Kaiser-Meyer-Olkin の標本妥当性の測度		.846
Bartlett の球面性検定	近似カイ 2 乗	720.515
	自由度	45
	有意確率	<.001

共通性

	初期	因子抽出後
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	.522	.571
② いろいろな良い素質を持っている。	.510	.643
③ 敗北者だと思うことがよくある。	.359	.433
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	.361	.452
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	.476	.494
⑥ 自分に対して肯定的である。	.386	.574
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	.312	.390
⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい。	.090	.126
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	.500	.731
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	.612	.693

因子抽出法: 最尤法

Q8の共通性が極めて低い(削除する)

KMO および Bartlett の検定

Kaiser-Meyer-Olkin の標本妥当性の測度		.850
Bartlett の球面性検定	近似カイ 2 乗	702.858
	自由度	36
	有意確率	<.001

共通性

	初期	因子抽出後
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	.513	.568
② いろいろな良い素質を持っている。	.508	.657
③ 敗北者だと思うことがよくある。	.358	.434
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	.355	.386
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	.475	.496
⑥ 自分に対して肯定的である。	.379	.357
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	.308	.283
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	.491	.736
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	.611	.673

因子抽出法: 最尤法

パターン行列[a]

	因子 1	因子 2
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	.714	-.080
② いろいろな良い素質を持っている。	.890	.234
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-.005	.656
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	.638	.039
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-.678	.054
⑥ 自分に対して肯定的である。	.543	-.104
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	.450	-.146
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-.035	.842
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	-.515	.446

因子抽出法: 最尤法
回転法: Kaiser の正規化を伴うオブリミン法
a. 5 回の反復で回転が収束しました。

- Q8を削除することで，KMOが減少することはなかった(僅かに大きくなった)
- 共通性が極端に低い変量がなくなっている
- Q10が単純構造をもたない (削除する)

続く

KMO および Bartlett の検定

Kaiser-Meyer-Olkin の標本妥当性の測度		.813
Bartlett の球面性検定	近似カイ 2 乗	515.699
	自由度	28
	有意確率	<.001

KMO，Bartlettの球面性検定ともに因子分析の実施可能性を示している．

共通性[a]

	初期	因子抽出後
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	.489	.563
② いろいろな良い素質を持っている。	.507	.681
③ 敗北者だと思うことがよくある。	.336	.377
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	.343	.376
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	.401	.457
⑥ 自分に対して肯定的である。	.379	.370
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	.300	.287
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	.429	.865

因子抽出法: 最尤法

a. 反復中に 1 つまたは複数の1 よりも大きい共通性推定値がありました。得られる解の解釈は慎重に行ってください。

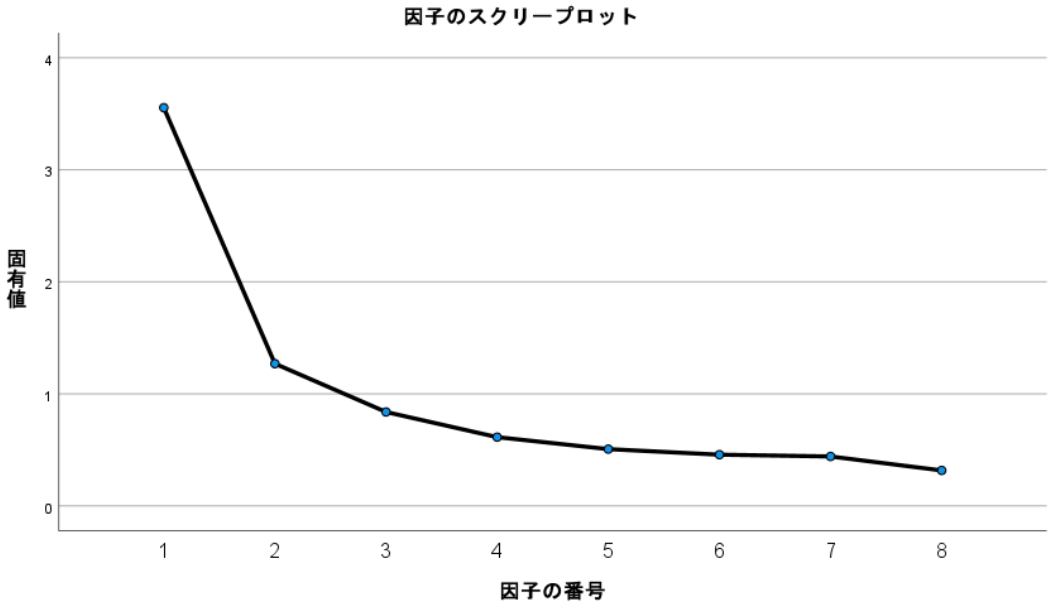
共通性が極端に低い変量は存在しない

説明された分散の合計

因子	初期の固有値 合計	分散の %	累積 %	抽出後の負荷量平方和 合計	分散の %	累積 %	回転後の負荷量平方和[a] 合計
1	3.555	44.436	44.436	2.738	34.231	34.231	2.922
2	1.270	15.872	60.308	1.237	15.457	49.688	1.822
3	.838	10.481	70.790				
4	.614	7.674	78.463				
5	.507	6.339	84.802				
6	.457	5.718	90.520				
7	.442	5.520	96.041				
8	.317	3.959	100.000				

因子抽出法: 最尤法

a. 因子が相関する場合は、負荷量平方和を加算しても総分散を得ることはできません。



2因子で約50%の寄与率である．なお，SPSSでは，因子分析の寄与率を「分散の%」で表している．

パターン行列[a]

	因子 1	因子 2
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	.710	-.085
② いろいろな良い素質を持っている。	.895	.215
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-.038	.596
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	.623	.024
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-.656	.044
⑥ 自分に対して肯定的である。	.559	-.098
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	.457	-.145
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-.015	.923

因子抽出法: 最尤法
回転法: Kaiser の正規化を伴うオブリミン法

a. 6 回の反復で回転が収束しました。

肯定的自尊心

否定的自尊心

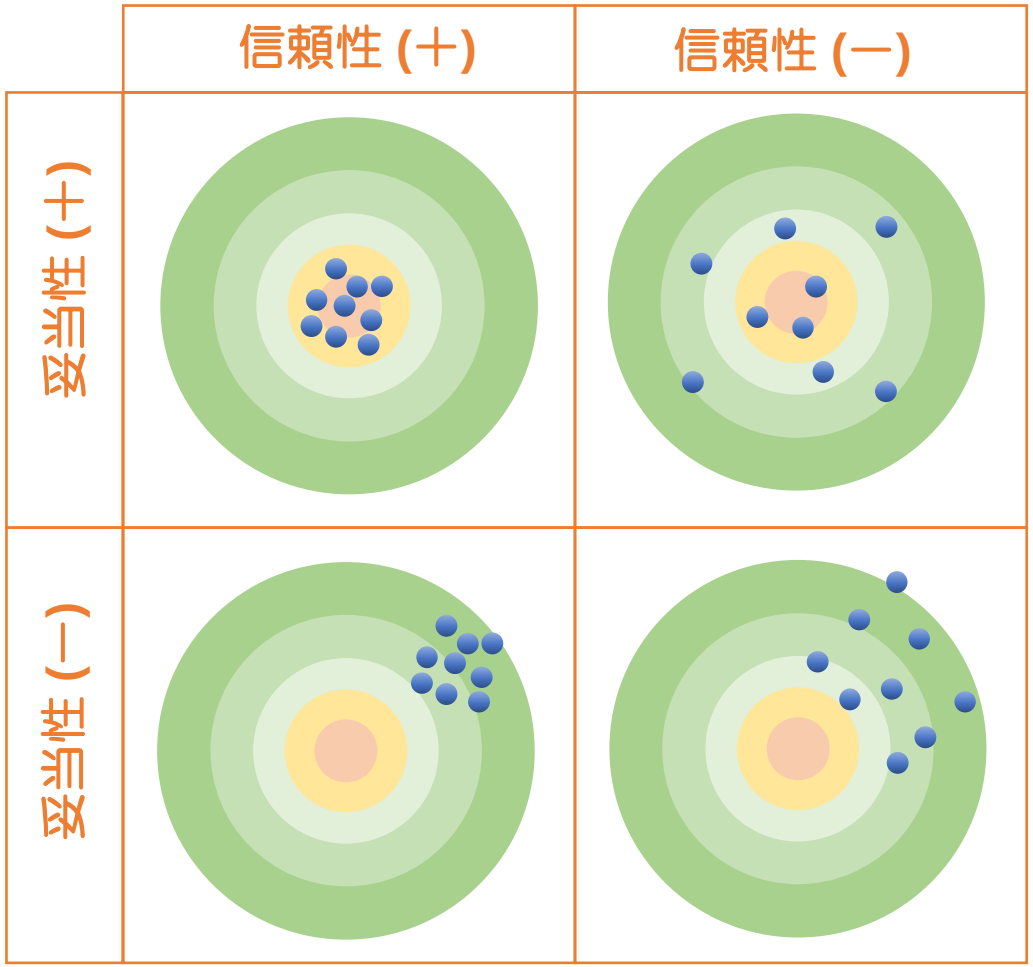
各変量が単純構造を有している．

因子の信頼性の評価：Cronbachのα係数

測定項目(例えば質問項目)の**信頼性**を評価するために開発された指標がCronbachのα係数である.

(1) 信頼性：同じ被験者に時間や場所などを変えても同じ結果が得られるか否かを表す(つまり，再現性があるか否かを表す).

(2) 妥当性：意図した測定内容がきちんと測定されているか(測定方法の適切性があるか否か).



因子分析の場合には，抽出した因子の**信頼性**指標にCronbachのα係数が用いられる.

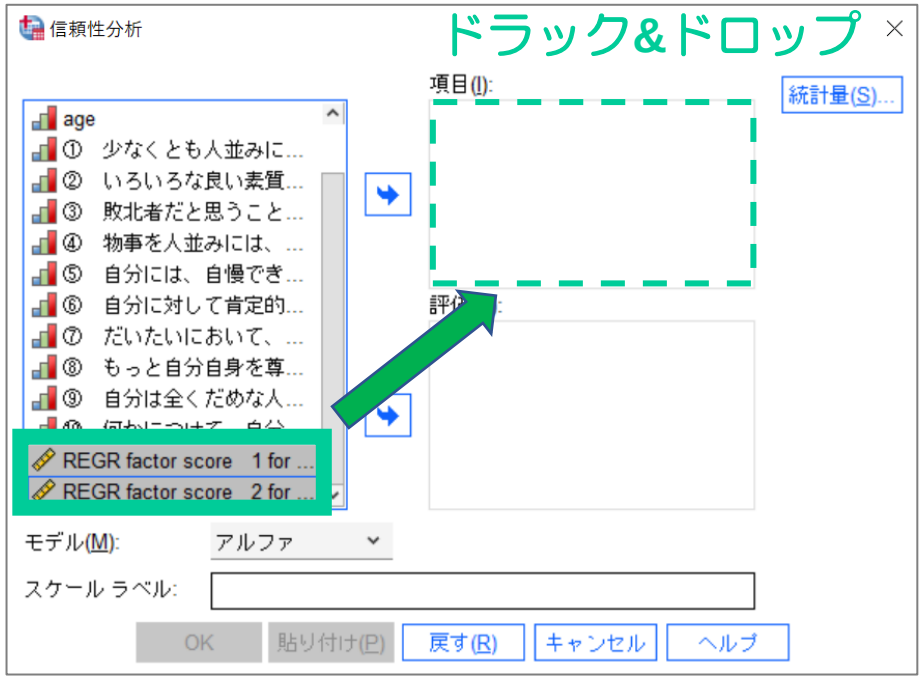
$$\alpha = \frac{\text{項目数}}{\text{項目数}-1} \times \left(1 - \frac{\text{各項目の分散の和}}{\text{尺度得点の分散}}\right)$$

Cronbachのα係数は，0.70以上がボーダーライン，0.80が望ましい数値とされている.

Cronbachのα係数は，因子を構成する測定項目の信頼性を表すことから，内的整合性(内部一貫性)を評価するものとして用いられる.

SPSSを用いた計算方法

「分析」→「尺度」→「信頼性分析」



信頼性統計量

Cronbach のアルファ[a]	項目の数
-1.879	2

a. 項目間の平均共分散が負なので、値が負になります。これは、信頼性モデルの仮定に反しています。項目のコーディングをチェックしてください。

因子間相関が負の場合には警告メッセージが出る

このような場合には，どちらかの変量の符号を逆にすればよい

信頼性統計量

Cronbach のアルファ	項目の数
.653	2

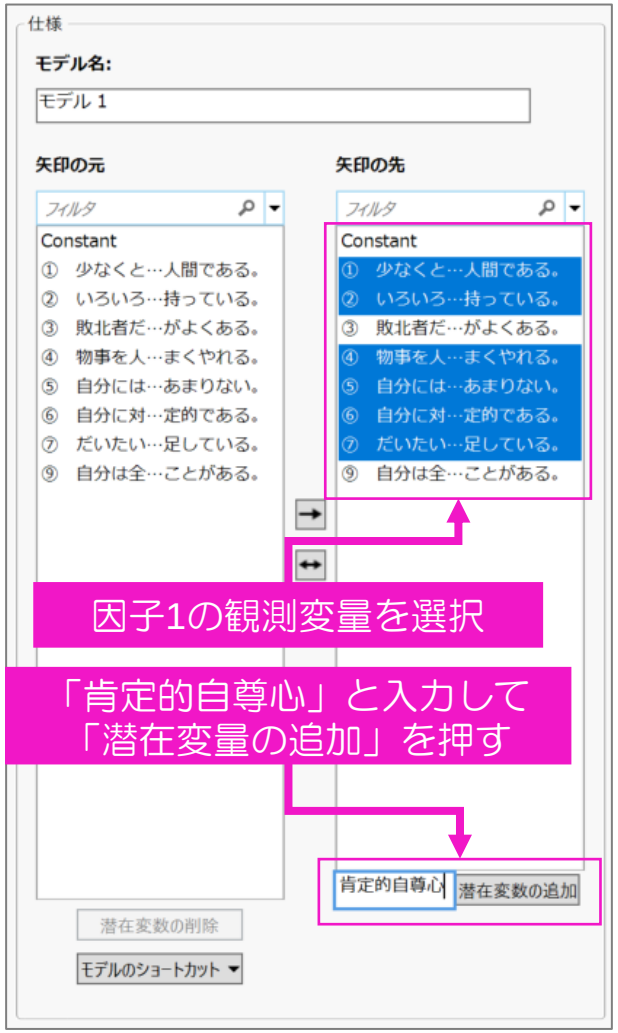
確認的因子分析の実行 (SPSSの場合にはAMOSが必要なためJMPで解析)

メニューから以下を選択：「分析」→「多変量解析」→「構造方程式モデル」

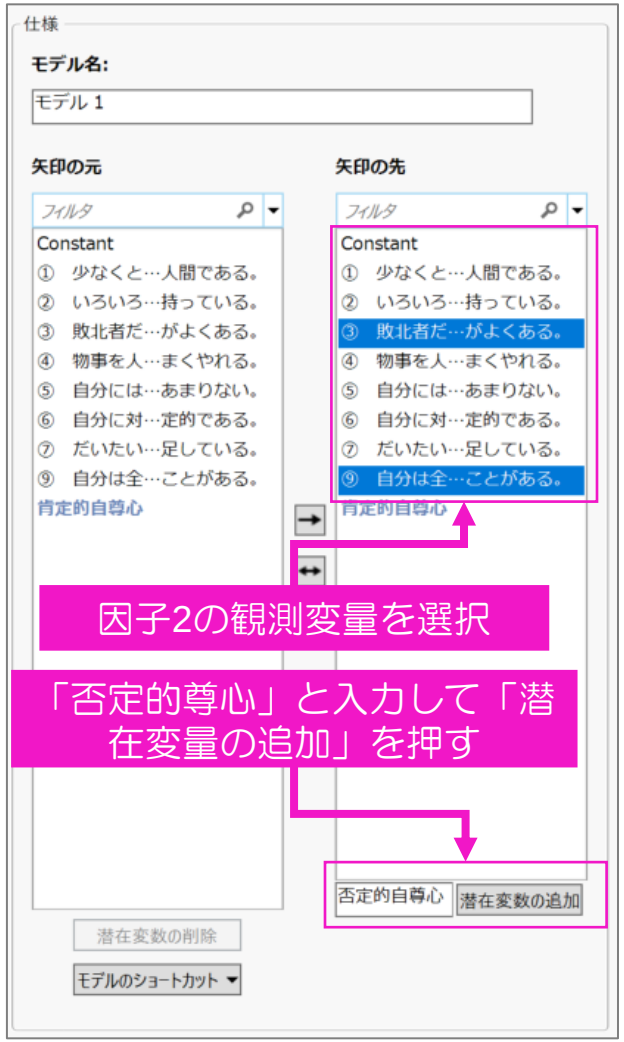
「構造方程式モデル」ウィンドウにおいて①～⑦，⑨を選択してモデルの変量に入れる(潜在変量を標準化)

構造方程式モデルを描写するためのウィンドウ(モデルの推定)において次のような作業を行う

因子1



因子2



探索的因子分析と確認的因子分析の因子負荷量を比較する

左クリック

確認的因子分析

因子負荷		推定値	標準誤差	Wald Z	p値(Prob>|Z|)
肯定的自尊心 → ①	少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.7600109	0.0391893	19.393335	<.0001*
肯定的自尊心 → ②	いろいろな良い素質を持っている。	0.7456076	0.040518	18.401906	<.0001*
肯定的自尊心 → ④	物事を人並みには、うまくやれる。	0.5988958	0.0523561	11.43889	<.0001*
肯定的自尊心 → ⑤	自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.671489	0.0465868	-14.41372	<.0001*
肯定的自尊心 → ⑥	自分に対して肯定的である。	0.626429	0.0504955	12.405632	<.0001*
肯定的自尊心 → ⑦	だいたいにおいて、自分に満足している。	0.5415809	0.0567737	9.5392835	<.0001*
否定的自尊心 → ③	敗北者だと思うことがよくある。	0.6386652	0.0753259	8.4786975	<.0001*
否定的自尊心 → ⑨	自分は全くだめな人間だと思うことがある。	0.903747	0.0901794	10.021652	<.0001*

探索的因子分析

回転後の因子負荷量

	因子1	因子2
② いろいろな良い素質を持っている。	0.879295	0.180403
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.693968	-0.121530
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.610664	0.011022
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.541148	-0.139723
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.444432	-0.178390
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.029067	0.896842
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.029219	0.621312
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.630637	0.092015

因子負荷量が若干異なる．探索因子分析では，潜在構造のパスがすべての観測変量に結び付いているのに対して，確認的因子分析では，関係する観測変量のみにパスが結び付いているためである．

確認的因子分析の診断

左クリック

適合度指標

名前	指標
(-2)*対数尤度	4490.2039
AICc	4547.3863
BIC	4623.5219
カイ2乗	50.315593
自由度	19
p値(Prob>ChiSq)	0.0001178
CFI	0.9378368
TLI	0.9083911
NFI	0.9053799
修正済みGFI	0.9633871
修正済みAGFI	0.9152122
RMSEA	0.0892315
下側90%	0.0596976
上側90%	0.1196183
RMR	0.0597657
SRMR	0.0500726

■ **CFI**

0.95が一つの目安：僅かに下回っているが，許容範囲と考えられる0.90よりは高い

■ **GFIおよびAGFI**

目安である0.90を上回っている．

■ **RMSEA**

0.05～0.10のあいだなのでグレーゾーン

■ **SRMR**

0.05をわずかに上回っている．

- 上記の適合度結果より，許容できる程度ではあるものの，Bestの因子モデルなのかは，もう少し検討したほうが良いかもしれない．そのもとで，これ以上の結果がないのであれば，このモデルを採用しても良いかもしれない(多分，レビューアーから厳しい意見はないと思う)．

Thank you for your kind attention

shimokaw@wakayama-med.ac.jp

toshibow2000@gmail.com

付録：JMPによる探索的因子分析の実行

Rosenbergの自尊心データ

① 少なくとも人並みには，価値のある人間である．

② いろいろな良い素質を持っている．

③ 敗北者だと思うことがよくある．

④ 物事を人並みには，うまくやれる．

⑤ 自分には，自慢できるところがあまりない．

⑥ 自分に対して肯定的である．

⑦ だいたいにおいて，自分に満足している．

⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい．

⑨ 自分は全くダメな人間だと思うことがある．

⑩ 何かにつけて，自分は役に立たない人間だと思う．

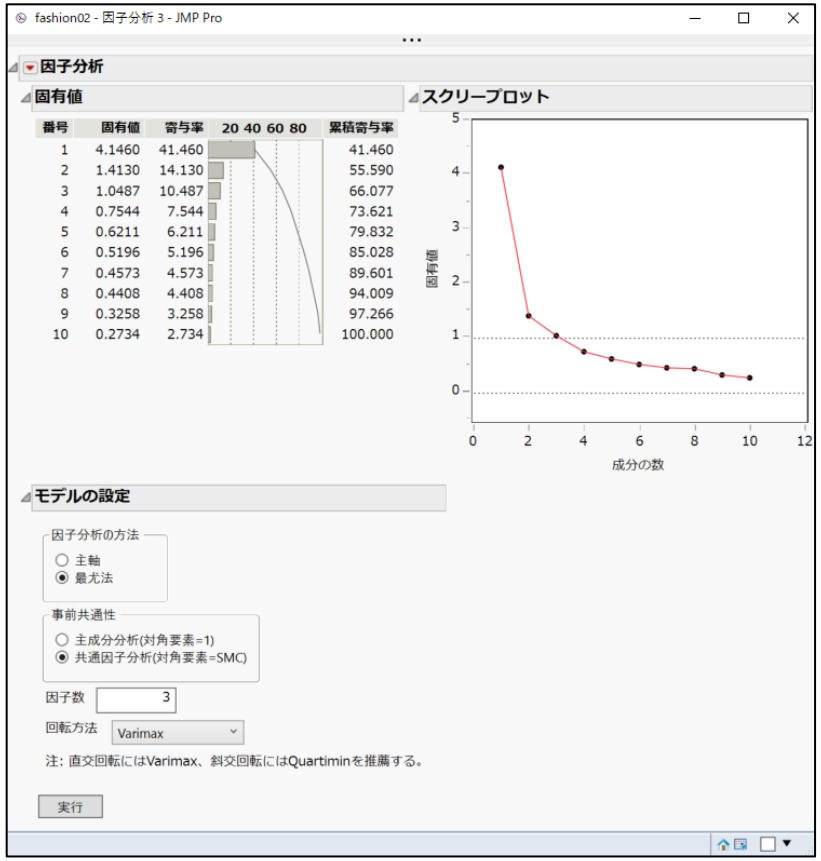
上記のデータに対して5件法によりデータがとられている．

メニューから以下を選択

「分析」→「多変量解析」→「因子分析」

「因子分析」ウィンドウ

1. 観測変量を「Y,列」にドラック&ドロップ
2. 「OK」ボタンを押す



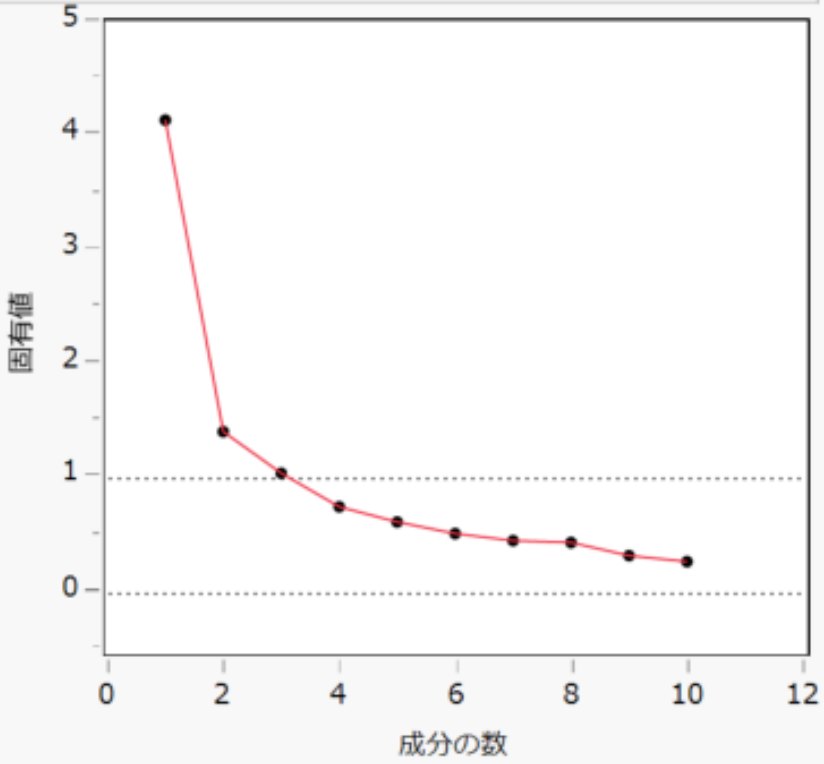
JMPによる解析結果を見ながら因子数を決定する

因子分析

固有値

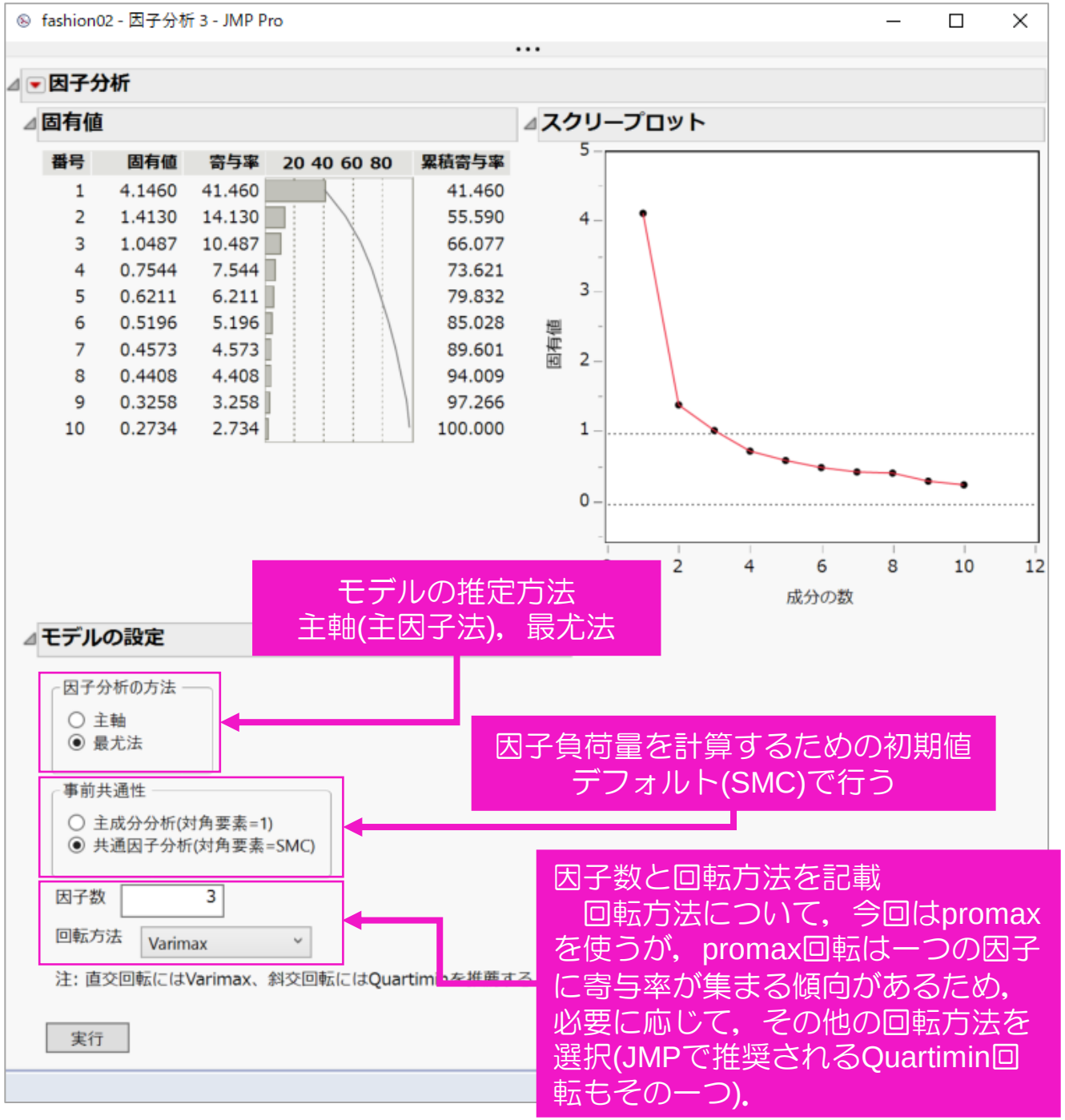
番号	固有値	寄与率	20 40 60 80	累積寄与率
1	4.1460	41.460		41.460
2	1.4130	14.130		55.590
3	1.0487	10.487		66.077
4	0.7544	7.544		73.621
5	0.6211	6.211		79.832
6	0.5196	5.196		85.028
7	0.4573	4.573		89.601
8	0.4408	4.408		94.009
9	0.3258	3.258		97.266
10	0.2734	2.734		100.000

スクリープロット



- Gutman基準：因子数は**3個**が採用
- スクリー基準：因子数は**2個あるいは3個**が採用
- 累積寄与率が50%以上：因子数は**2個**が採用
- 情報量規準(AIC) [2個：1.808，3個：-7.915，4個：-12.979]：因子数は**4個**が採用
- 情報量規準(BIC) [2個：-84.843，3個：-67.904，4個：-49.639]：因子数は**2個**が採用
- カイ2乗検定[2個：0.0016，3個：0.0745，4個：0.6475]：因子数は**3個**が採用

先ずは，因子数が3の場合を検討する



とりあえず，最尤法，因子数3，プロマックス回転でやってみる.

- 因子分析の方法を「最尤法」にチェックする.
- 因子数に「3」を入力する.
- 回転方法から「promax」を選択する.
- 「実行」ボタンを押す

fashion02 - 因子分析 - JMP Pro

因子分析

相関行列に対する因子分析（因子数 = 3): 最尤法/ Promax

Varimaxレポート

各因子によって説明される分散

因子	分散	寄与率	累積寄与率
因子1	2.3040	23.040	23.040
因子2	1.8655	18.655	41.696
因子3	0.9364	9.364	51.060

最終的な共通性の推定値

① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.56880
② いろいろな良い素質を持っている。	0.64724
③ 敗北者だと思うことがよくある。	0.44994
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.44475
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	0.49112
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.57502
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.39293
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	0.71298
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	0.69821
⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい。	0.12503

⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.688621	0.446608	-0.470525
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.532833	-0.432585	0.739845
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.462546	-0.415890	0.589789
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.372091	0.840316	-0.253134
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	-0.695161	0.745571	-0.416059
⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい。	0.095429	0.070070	0.290618

最終的な共通性の推定値

① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.56880
② いろいろな良い素質を持っている。	0.64724
③ 敗北者だと思うことがよくある。	0.44994
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.44475
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	0.49112
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.57502
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.39293
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	0.71298
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	0.69821
⑧ もっと自分自身を尊敬できるようになりたい。	0.12503

各因子によって説明される分散
(他の因子の影響は考慮せずに計算)

項目⑧の共通性(SMC)が極めて低いことから，この項目を削除

fashion02 - 因子分析 2 - JMP Pro

推奨される因子数は2なので，2個の因子で再計算

因子	分散	寄与率	累積寄与率
因子1	2.7975	31.083	31.083
因子2	1.7875	19.861	50.943

回転後の因子負荷量

	因子1	因子2
② いろいろな良い素質を持っている。	0.813394	-0.009688
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.699060	-0.277657
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.601235	-0.120467
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.537486	-0.260381
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.457308	-0.276342
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.189089	0.824285
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.119242	0.661514
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	-0.560159	0.604905
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.651082	0.261984

値が小さい負荷量を淡色表示: 閾値= 0.3

テキストの濃さ 0.4

Promaxレポート

因子構造

	因子1	因子2
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.745384	-0.439513
② いろいろな良い素質を持っている。	0.791730	-0.207448

回転後の因子負荷量

	因子1	因子2
② いろいろな良い素質を持っている。	0.813394	-0.009688
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.699060	-0.277657
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.601235	-0.120467
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.537486	-0.260381
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.457308	-0.276342
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.189089	0.824285
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.119242	0.661514
⑩ 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思う。	-0.560159	0.604905
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.651082	0.261984

(他の因子の影響は考慮せずに計算)

因子負荷量の基準を0.40とするとき，項目⑩は単純構造をもたないことから，この項目を削除

fashion02 - 因子分析 3 - JMP Pro

因子分析

モデルの設定

相関行列に対する因子分析（因子数 = 2): 最尤法/ Promax

Varimaxレポート

各因子によって説明される分散

因子	分散	寄与率	累積寄与率
因子1	2.5270	31.588	31.588
因子2	1.4225	17.782	49.369

回転後の因子負荷量

	因子1	因子2
② いろいろな良い素質を持っている。	0.827373	0.000563
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.702734	-0.258735
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.596142	-0.111827
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.556457	-0.245908
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.469000	-0.264456
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.197519	0.886604
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.145733	0.616044
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.635130	0.217029

値が小さい負荷量を淡色表示: 閾値= 0.3

テキストの濃さ 0.4

Promaxレポート

因子構造

	因子1	因子2
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.740380	-0.386554
② いろいろな良い素質を持っている。	0.810399	-0.155397
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.266496	0.632470
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.606455	-0.222188
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.665777	0.332854
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.594508	-0.346386
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.512558	-0.348117
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.371568	0.907942

最終的な共通性の推定値

① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.56078

各因子を解釈する

回転後の因子負荷量

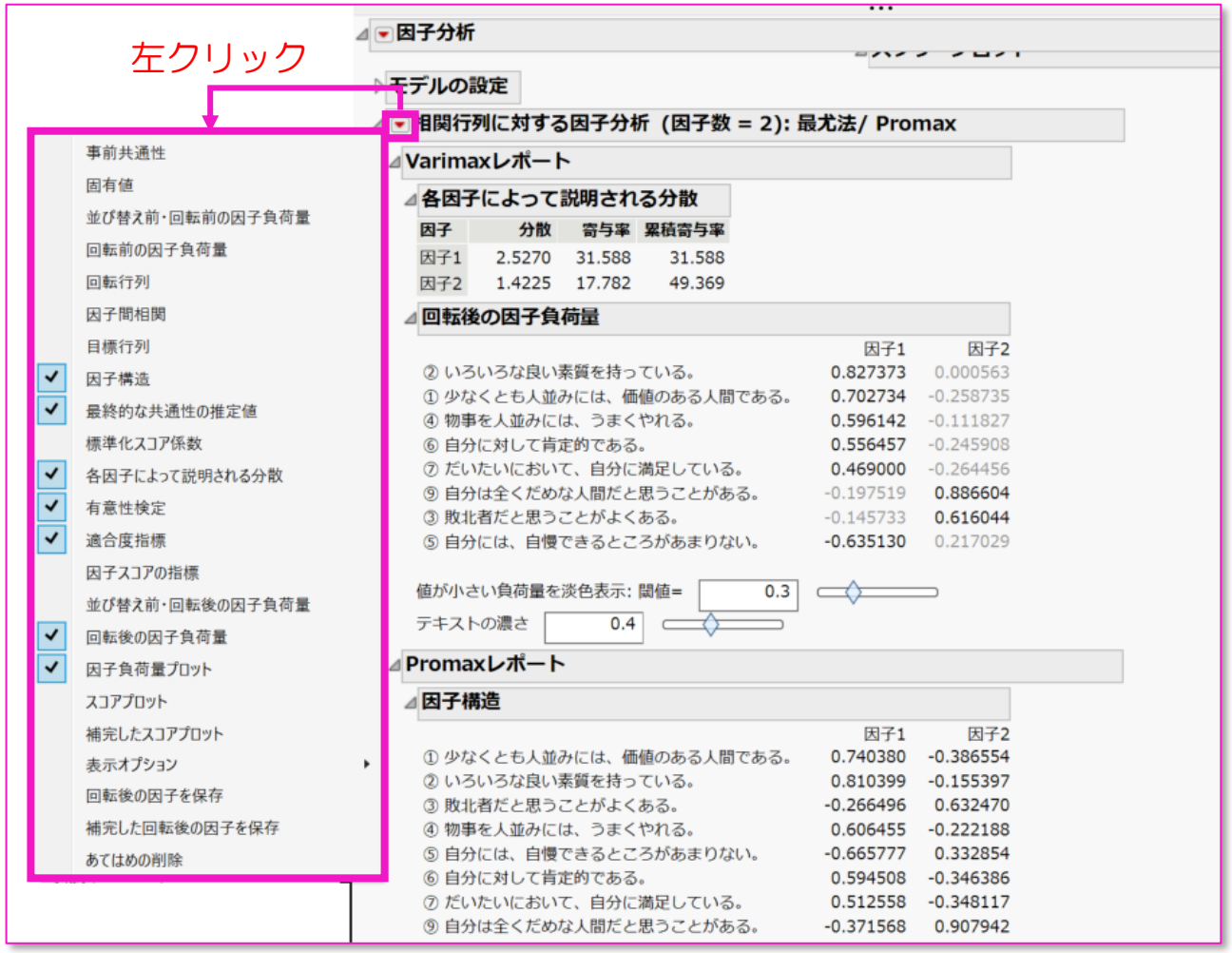
	因子1	因子2
② いろいろな良い素質を持っている。	0.879295	0.180403
① 少なくとも人並みには、価値のある人間である。	0.693968	-0.121530
④ 物事を人並みには、うまくやれる。	0.610664	0.011022
⑥ 自分に対して肯定的である。	0.541148	-0.139723
⑦ だいたいにおいて、自分に満足している。	0.444432	-0.178390
⑨ 自分は全くだめな人間だと思うことがある。	-0.029067	0.896842
③ 敗北者だと思うことがよくある。	-0.029219	0.621312
⑤ 自分には、自慢できるところがあまりない。	-0.630637	0.092015

肯定的自尊心

否定的自尊心

どの程度の因子負荷量の場合に因子から影響を受けていると解釈するかについて，看護研究の論文では0.4が多いように思います．

因子モデルの診断



■ 因子間相関 (「因子間相関」を選択)

因子間相関

	因子1	因子2
因子1	1.00000	-0.38190
因子2	-0.38190	1.00000

プロマックス回転は，斜向解なので，因子間に相関が存在する．因子間相関が高い場合には，同じような尺度になるので，いずれかの因子が不要になる．そのため，改めて分析する必要がある．

■ 各因子の寄与率 (デフォルトで表示)

因子	分散	寄与率
因子1	2.8412	35.515
因子2	1.7993	22.491

2因子で約58%の寄与率である．なお，SPSSでは，因子分析の寄与率を「分散の%」で表している．

■ 因子による説明力を評価 (「因子スコアの指標」)

JMPでは，「因子スコアの指標」において，重相関および重相関の2乗が表示される．重相関は，因子とすべての観測変量の重相関係数を表しており，その2乗は重回帰におけるVIFと同じような意味をもつ．なお，SPSSでは，重相関の2乗をパーセント表示で「分散の説明率」と呼んでいる．

因子スコアの指標

因子	重相関	重相関の2乗	相関の最小値
因子1	0.923	0.852	0.7046
因子2	0.922	0.849	0.6984

■ 適合指標 (デフォルトで表示)

適合度指標

適合度指標	値
Bartlett修正なしカイ2乗	26.227
AIC	0.227
BIC	-43.099
Tucker & Lewis指標	0.945
近似RMSE	0.070